



GÖTEBORGS
UNIVERSITET

Vikten av talet om taluppfattning

En studie om elevers taluppfattning på de nationella
proven i matematik i årskurs 3

Gunvor Johansson Kraft
Specialpedagogiska programmet



Uppsats/Examensarbete: 15 hp
Kurs: Specialpedagogiska programmet, SPP 610
Nivå: Avancerad nivå
Termin/år: VT/ 2016
Handledare: Anna-Carin Jonsson
Examinator: Jan- Eric Gustafsson
Kod: VT16-2910-086-SPP610

Nyckelord: Taluppfattning, number sense, matematik, nationella prov, specialpedagogik

Abstract

- Syfte:** Studiens syfte är att finna vilka svårigheter elever i årskurs 3 visar inom taluppfattning på det nationella provet. Undersökningen syftar också till att ta reda på om det finns någon eller några dominerande kritiska moment som ger samband eller påvekan på andra kritiska moment inom taluppfattningen. En annan frågeställning är att finna eventuella trender och mönster i elevers taluppfattning på de nationella proven.
- Teori:** Den teori som används för att analysera datamaterialet och förstå studiens resultat är de fem kritiska momenten inom taluppfattning som Sterner (2015) pekar på. De kritiska momenten inom taluppfattningen har även fungerat som ämnesdidaktisk teori. Till studiens allmänna teori hör Bronfenbrenners utvecklingsekologiska modell (Bronfenbrenner, 1977) som förklarar hur individens utveckling påverkas av inre och yttre faktorer.
- Metod:** 62 nationella prov från årskurs 3 i matematik har samlats in från tre olika skolor. För att hantera och bearbeta materialet har en kvalitativ metod används i en djupgående analys av elevernas taluppfattning i de olika uppgifterna på nationella proven. För att fånga innehållet i nationella proven för matematik krävdes en dokumentanalys av innehållet, s.k. innehållsanalys. En kvantitativ metod har används för att bearbeta och presentera data från elevernas lösningar.
- Resultat:** Eleverna visar sig ha allra svårast för momentet Talkombinationer men detta gäller bara för 2011 års nationella prov. I övrigt visar eleverna ungefär lika stora svårigheter inom de olika momenten. Det finns positiva samband mellan alla de olika momenten de båda åren. 2011 ger de kritiska momenten starkare samband än 2012. Mellan Räkning, räknepprinciper och Positionssystemet ges det starkaste sambandet både 2011 och båda åren tillsammans. Eleverna verkar bli hämmade i sin taluppfattningsutveckling av algoritmräkning. Studien indikerar också att de nationella proven inte ger en jämförbar bedömning av elevers kunskaper över åren.

Förord

En examensuppsats skrivs inte på en dag. Den skrivs inte utan frustration. Den skrivs inte utan hopp. Den skrivs inte utan tvivel. Den skrivs med stöd av anhöriga, vänner och en mycket peppande och kompetent handledare. Tack Anna-Carin Jonsson! Tack familj och vänner! Tack till de rektorer som låtit mig ta del av de arkiverade nationella proven, och gjort studien möjlig!

Skrivandet och arbetet har givit mig insikter och kunskaper att ta med på vägen. Att studera ett datamaterial som är fem till sex år gammalt har sina för- och nackdelar. Jag vill på inga omständigheter göra gällande att resultatet ska tolkas som något som gäller generellt utan resultatet gäller för de elevers nationella prov som ingått i studien. Förhoppningen är att uppsatsen kan vara ett värdefullt bidrag till den övriga forskningen på området och användbar i det pedagogiska arbetet med att stärka matematikutvecklingen och i synnerhet taluppfattningen. Kanske kan den ge uppslag till vidare och liknande forskning inom området taluppfattning.

Nol, Maj 2016

Gunvor Kraft

Innehållsförteckning

1	Inledning.....	6
1.1	Avgränsning	7
2	Syfte och frågeställningar	8
3	Bakgrund.....	9
3.1	Centrala begrepp.....	9
3.2	Nationella provens framväxt	10
3.3	Nationella prov i matematik 2011 och 2012	11
3.4	Tillbakablick av matematikundervisning i Sverige	11
3.4.1	Taluppfattning i förskolans läroplan.....	12
3.4.2	Taluppfattning i grundskolans läroplan till och med årskurs 3	14
3.4.3	Matematikkunskaper i Sverige och internationellt	15
4	Tidigare forskning och teori anknytning.....	16
4.1	Vad är taluppfattning?	16
4.2	Varför är fokus på taluppfattning viktig för barns matematikutveckling?	16
4.3	Vad påverkar barns taluppfattning?	17
4.3.1	Påvekan av visuospatial förmåga, symbolisk förmåga och fonologisk förmåga.....	17
4.3.2	Påverkan av arbetsminne, självreglering och impuls kontroll	18
4.3.3	Tiden med och för matematik.....	19
4.4	Hur kan taluppfattningen påskyndas och utvecklas?	20
4.4.1	Tidiga insatser, pedagogiska verktyg och strategier inom räkning	20
4.4.2	Begreppsförståelse, mentala bilder och tals relationer.....	21
4.4.3	Interventioner och intensivundervisning	21
4.4.4	Förändrad undervisning	23
4.5	Teori anknytning	23
4.5.1	Allmän teori- Brofenbrenners utvecklingsekologiska modell	24
4.5.2	Specifik teori - Kritiska moment i taluppfattningen enligt Sterner	25
5	Metod.....	27
5.1	Val av forskningsmetod	27
5.2	Urval av analysenhet, uppgifter och elevlösningar	27

5.2.1	Beskrivning deltagare i studien	29
5.3	Val av analysmetod och genomförande av analys	29
5.4	Studiens tillförlitlighet och generaliserbarhet.....	30
5.5	Etiska aspekter	30
6	Resultat och Analys	32
6.1	Uppgifter relaterade till taluppfattning	32
6.2	Specifika svårigheter inom taluppfattning	32
6.2.1	Svårigheter inom respektive moment.....	34
6.3	Samband mellan moment inom taluppfattning	35
6.4	Trender i de nationella proven gällande elevers taluppfattning	40
6.5	Sammanfattning av resultat	42
7	Diskussion	43
7.1	Metoddiskussion.....	43
7.1.1	Tillförlitlighet	43
7.2	Resultatdiskussion.....	44
7.2.1	Specifika svårigheter inom taluppfattning.....	44
7.2.2	Specifika svårigheter och samband mellan moment	46
7.2.3	Trender i det nationella provet gällande elevers taluppfattning	47
7.2.4	Specialpedagogiska implikationer	48
7.2.5	Sammanfattning av diskussion.....	49
7.2.6	Slutord.....	49
	Referenslista	50
	Bilagor	
	Bilaga 1. Förfrågan om arkiverade elevlösningar av nationella prov	

1 Inledning

Idag går allt fler elever ur årskurs 9 utan godkända betyg i matematik. Statistik för slutbetyget hämtad från SIRIS (Skolverket, 2015b) i matematik år 1998 visar att 94,7 % av eleverna nådde godkänd nivå eller mer. År 2006 visar det sig att bara 93,4% av eleverna fått ett godkänt betyg eller högre i matematik. För 2015 är siffran endast 89,6%.

Matematiksvårigheter är alltså ett ökande problem i Sveriges skolor. Lunde (2010) diskuterar kring matematiksvårigheter och visar att det finns två grenar inom forskningen om matematiksvårigheter. Han menar att både forskaren Gunnar Sjöberg och Ingvar Lundberg anser att dyskalkyli inte är ett användbart begrepp eftersom bara väldigt få av eleverna i så fall har detta. Men å andra sidan visar internationell forskning att elever i matematiksvårigheter är ett omfattande problem och minst lika utbrett som läs- och skrivsvårigheter. Detta innebär att ca 15 procent av eleverna är i matematiksvårigheter. Vad beror detta på? En förklaring är att elevernas kunskaper i taluppfattning inte är tillräckliga (Jordan, Glutting, & Ramineni, 2010; McIntosh, 2014; Gersten & Chard, 2001; Berch, 2005).

Är det så att kunskaper i tidiga år inom taluppfattning kan förutsäga hur väl det kommer gå för elevens fortsatta matematikutveckling? Det menar i alla fall den senare tidens forskning på området, är en central komponent av orsakerna till varför en del barn har svårigheter med matematik (Lunde, 2010). Med stöd i ovanstående resonemang, finner jag ämnet relevant att undersöka vidare. Vilka svårigheter inom taluppfattning kan elever vara i? Vilka svårigheter inom taluppfattning finner jag i min urvalsgrupp? Finns det delar inom taluppfattningen som är extra betydelsefulla för utvecklingen av taluppfattningen?

Trots att forskning sedan en lång tid tillbaka (Gersten & Chard, 2001) visat att god taluppfattning är centralt för senare prestationer inom matematik har aktiviteter i förskola, förskoleklass och undervisning i tidiga skolår inte lyckats ge tillräckliga resultat, om det ens har på bred front, gjorts medvetna försök att öka taluppfattningsförmågan i de tidiga åren. Hösten 2015 kom Skolverket ut med ett nytt bedömningsstöd i matematik för skolår 1 och 2. Detta blir från och med sommaren 2016 obligatoriskt att använda i årskurs 1. Bedömningsstödet är direkt fokuserat på taluppfattning. Det är således glädjande att fokus nu börjar riktas mot denna grundläggande förmåga.

Min erfarenhet säger att fler förskolelärare, lärare och specialpedagoger, speciallärare, förskolechefer och rektorer behöver bli medvetna om vilka områden inom taluppfattning som är viktiga att utveckla för varje elev, för att nå goda resultat inom matematik. Det borde vara angeläget, för både personal inom förskola, skolan och forskning inom området, att få en uppfattning om vilka svårigheter som elever har inom taluppfattning. Först då kan vi dra slutsatser och arbeta vidare med medvetna metoder. Förhoppningsvis kan denna uppsats bidra till att blickarna riktas mot att skapa medvetna aktiviteter och undervisning i förskola, förskoleklass och de tidiga skolåren, som främjar och utvecklar god taluppfattning.

Eftersom forskningen visar att god taluppfattning är grunden för bra kunskaper i matematik behövs en vidare och djupare förståelse för vad god taluppfattning innebär och mer precist vilka olika områden som är kritiska i den tidiga taluppfattningen. Om vi får identifierat de kritiska momenten i taluppfattningen och blottlagt de områden inom taluppfattningen, där elever visar svårigheter, kan pedagoger, speciallärare och specialpedagoger börja en medveten, strukturerad och forskningsbelagd undervisning för att åtgärda dessa problem i syfte att vända den negativa trenden i matematikkunskaper och därmed höja resultaten i detta

så viktiga ämne. Det kommer i sin tur ge fler barn och unga möjligheter att få ett gott och bra liv.

Det finns många olika faktorer som påverkar utvecklingen inom matematik. De är både kopplade till minnesfunktioner, uppmärksamhetsförmåga, (Nyroos, Eklöf, Jonsson, Korhonen & Wiklund - Hörnqvist, 2015) visuospacial förmåga, fonologisk förmåga och symbolisk förmåga som alla är komplexa system inom den kognitiva och neuropsykologiska och medicinska vetenskapen. Utvecklingen inom matematik är också beroende av vilken socioekonomisk grupp barn tillhör (Lundström, 2015) och naturligtvis också vilken pedagogik och didaktik som används (Bentley, 2012). Även elevers självbild och syn på sin förmåga i matematik är en påverkansfaktor (Lunde, 2010). Av denna anledning är matematiksvårigheter och specifikt taluppfattning ett sammansatt och tvärvetenskapligt område precis som specialpedagogiken i sig har ett tvärvetenskapligt perspektiv. Kommer de sjunkande matematikkunskaperna och dess komplexitet att leda till att matematikundervisning i tidiga år förändras i Sverige? Avslutningsvis ges här ett citat som jag tycker bör vara den rådande inställningen till ett större förändringsarbete som påbörjats i svensk matematikundervisning men som inte på långa vägar ännu gett tillräckliga resultat. ”Om de specifika matematiksvårigheterna tas på allvar kommer det kräva omfattande insatser i skolan. Det kommer kosta pengar och kommer konkurrera med andra önskemål.”(Lunde, 2010 s.27).

1.1 Avgränsning

I forskningsöversikten har avgränsning och urval gjorts på sökord som number sense, taluppfattning och teaching number sense och number line. Huvudsakligen har databasen ERIC använts men även sökningar på intressant referenslitteratur från böcker, avhandlingar och tidskriftsartiklar som relaterar till taluppfattning har gjorts. Urvalet av litteratur har skett utifrån ett kritiskt ställningstagande gällande att knyta an till forskningens syfte, aktualitet och intresse (Trost, 2014) vilket gjort att litteratur fått sorteras bort. Forskningsfrågorna begränsade vilken litteratur och vilka undersökningar och metoder som stod till förfogande. Antalet nationella prov och dess aktualitet begränsades av sekretess och att de ännu inte var allmänna handlingar samt att alla tillfrågade skolor inte besvarade min förfrågan. Den tid som stod till förfogande för studien begränsade även den undersökningens omfattning och antalet prov som kunde hinnas med att samlas in och analyseras.

2 Syfte och frågeställningar

Taluppfattning är som beskrivs ett sammansatt begrepp som går att studeras utifrån flera perspektiv. I denna studie läggs fokus på de fem delar som Sterner (2015) beskriver är kritiska moment inom den tidiga taluppfattningen. Syftet med studien är att undersöka olika moment inom taluppfattningen. Undersökningen syftar således till att kunna påvisa vad elever i årskurs 3, på det nationella provet i matematik, visar för svårigheter inom taluppfattning. Genom att analysera elevlösningar från det nationella provet är förhoppningen att kunna besvara följande frågeställningar:

Vilka specifika svårigheter visar eleverna inom taluppfattning på de nationella proven i årskurs 3?

Finns det någon eller några dominerande kritiska moment som ger samband eller påvekan på andra kritiska moment inom taluppfattningen?

Finns några trender och mönster i de nationella proven gällande taluppfattning?

3 Bakgrund

Undersökningen kan ses som en fördjupning på bl.a. Fricks (2010) studie som fann att god taluppfattning är den del av matematiken som är allra viktigast för godkända betyg i matematik i årskurs 9. I hennes studie visade det sig att av de elever som inte fick ett godkänt slutbetyg i matematik, var det hela 80 % som hade svårigheter inom taluppfattning, på mellanstadiet. Men uppsatsen kan även ses som en allmän djupdykning i ämnet taluppfattning. Uppsatsens forskningsöversikt visar även den på att taluppfattningen är en mycket viktig komponent i goda prestationer i matematik (Lunde, 2010). Studien försöker därmed både belysa en viktig faktor för goda resultat i matematik och även ge förslag till förbättringar som gör att matematiksvårigheter kan förebyggas, hanteras och därmed bidra till att resultaten i matematik på sikt stiger. Bakgrunden kommer vidare behandla centrala begrepp, nationella prov, matematikundervisning och kunskaper i matematik i Sverige och internationellt samt läroplan för förskola och skola för att ge en vidare och djupare förståelse för studiens problemområde.

3.1 Centrala begrepp

Ett centralt begrepp inom detta arbete är taluppfattning. Det råder ingen entydig definition på vad taluppfattning är. En övergripande definition gör Reys et al. (1995) i matematikskriften, Nämnaren. De skriver att taluppfattning är en persons övergripande förståelse för tal och operationer. Ett andra kriterium är att personen ska ha en förmåga och lust att använda sig av förståelsen om tal. God taluppfattning visar sig även i en förväntan att tal är meningsfulla helheter och att hanterandet av tal och resultat har betydelse och mening. Löwing (2004) uttrycker att taluppfattning borde kunna beskrivas som en känsla för hur tal är uppbyggda och hur de relaterar till varandra samt tals inbördes relationer. I engelskspråkiga länder används begreppet *number sense* som är en mer specifik förklaring, nämligen känslan för tal. Number sense nämndes redan 1954 av den amerikanska matematikern Dantzig (Berch, 2005). McIntosh, Reys och Reys (1992) gör en redogörelse för vad taluppfattning innebär och menar att det är tre centrala delar som samverkar i en god taluppfattning. Dessa är:

- *Kunskap och användning av tal*
- *Kunskap och användning av operationer*
- *Kunskap att tillämpa och använda kunskapen om tal och operationer till en vilja att välja lämplig beräkningsmetod.*

Också number sense är alltså, förutom förståelsen för tal, relationer och operationer med tal och även en förmåga att använda tal. Med god taluppfattning menas då att man förstår tal som användbara. Vad detta kan innebära mer konkret redogör Sterner (2015) för. Hon har kommit fram till att det finns några områden som är kritiska för att god taluppfattning ska ta form.

Dessa är:

Räkning, räkneprinciper

Talkombinationer och talmönster

Icke-verbala, verbala och symboliska ordproblem

Kunskap om tal, tallinjen

Positionssystemet

I denna uppsats kommer number sense och taluppfattning användas synonymt och omväxlande för att skapa variation i texten. Studien kommer ansluta sig till tanken om att det finns fem kritiska områden för att god taluppfattning ska ta form.

Ett annat centralt begrepp är nationella prov. Med de nationella proven menas de svenska Nationella prov som Skolverket årligen ger ut och hanterar. Nationella prov i matematik i årskurs 3 genomfördes första gången läsåret 2008/2009. Sedan 2012 ges även nationella prov i matematik i årskurs 6. Nationella prov i matematik har genomförts sedan 1990-talet. Provmaterialet ska normalt sparas i fem år. Huvudmannen för skolan har i regel egna rutiner för arkivering. Sekretess råder på proven och dess elevlösningar i tre år efter provens genomförande sedan blir proven och dess elevlösningar en allmän handling, i kommunala och statliga skolor (Skolverket, 2015; Skolverket, personlig kommunikation februari 2016).

3.2 Nationella provens framväxt

Gustafsson, Cliffordson och Erickson (2014) belyser den svenska skolans historiska utveckling vad gäller kunskapsbedömningar och säger att i mitten av 1970 - talet inleddes ett paradigmskifte där fokus ändrades i skolan från att göra systematiska mätningar och observationer till att bli mer inriktad på kvalitativa frågor. Detta paradigmskifte fick även genomslag på de system för kunskapsbedömningar som gjordes i skolan. Men när internationella jämförande kunskapsmätningar, i slutet på 1990- talet, visade sjunkande resultat för svenska elever i matematik, naturvetenskap och i läsning började kontrollen, från statlig sida, öka inom skolans verksamhet. Det har skett genom bland annat utökad skolinspektion, ny betygsskala, och betyg redan från årskurs 6, skriftliga omdömen från årskurs 1 och nationella prov i flera ämnen. Författarna anser att åtgärderna infördes trots att det saknas forskningsbelägg för att åtgärderna skulle ge positiva effekter på kunskapsresultaten.

Utvecklingen av standardprov till nationella prov i den svenska skolan inleddes på 1940-talet (Lundahl, 2010). Standardproven användes då som en kalibrerings metod för betygsättning på gruppnivå. Det ansågs också viktigt att standardproven återspeglade kursplanernas innehåll. I och med införandet av den målrelaterade skolan på 1990-talet ändrade proven form och fick namnet nationella prov, vilka inte längre skulle vara betygsgrundande. Däremot ansågs proven vara bra för lärare för att kunna göra formativa bedömningar av elevens lärande. Proven ansågs också ha en användning för pedagogers ämnesdidaktiska utveckling (Gustafsson et al., 2014; Lundahl, 2010).

I och med de nationella provens införande ändrade uppgifterna karaktär till att bli mer inriktade på djupare kvaliteter av kunskaper som gjorde det möjligt för eleven att visa kvaliteter som inte tidigare var möjliga att visa på standardprov. De nationella provens utformning kom också att skilja sig starkt från varandra. Beroende på vilka olika universitet som ansvarade för provens konstruktion, skedde utprovningen på olika sätt. Ibland var provet utprovat vid ett fåtal skolor och i vissa fall skedde utprovningen på en stor grupp och med slumpvisa urval. Frågan om likvärdighet i bedömning av proven kom att diskuteras allt mer vilket resulterade i att Skolverket(2016) nu skriver att huvudsyftet med de nationella proven är att stödja en likvärdig och rättvis bedömning och betygsättning samt att ge underlag för en analys av i vilken utsträckning kunskapskraven uppfylls på skolnivå, på huvudmannanivå och på nationell nivå. Skolverket menar också att proven även ska kunna användas för att konkretisera kursplanerna och att ge en ökad måluppfyllelse för eleverna (Gustafsson et al., 2014). Författarna ställer sig kritiska till att Skolverkets syfte med proven är att stödja en likvärdighet i bedömningen eftersom provens utformning inte har ändrats nämnvärt i och med det nya syftet med proven. Författarna menar att Organisation for Economic Cooperation and Development, OECD ger omfattande kritik till det svenska nationella provsystemet. De anser att proven på grund av sin konstruktion inte mäter de förmågor som de avser att mäta. Detta

gör att provens validitet, generaliserbarhet och reliabilitet starkt har ifrågasatts. Lundahl (2010) anser även han att de nationella proven inte fyller de syften som de avsåg att göra. Han menar även att risken med att precisera läroplanen i ett prov är att ”det mätbara blir det undervisningsbara.” (Lundahl, 2010, s. 237).

Det nationella provet i Matematik består av sju olika delprov, A-G och genomförs under en provperiod på ca två månader under vårterminen i årskurs 3. Skolan beslutar när under perioden som de olika delproven ska genomföras.

3.3 Nationella prov i matematik 2011 och 2012

Det nationella provet i matematik för årskurs 3 konstrueras av PRIM-gruppen vid institutionen för matematikämnets och naturvetenskapsämnenas didaktik vid Stockholms universitet. Till PRIM-gruppen finns referensgrupper knutna som arbetar med att konstruera uppgifter. De gör urval av uppgifter till proven samt gör bedömningsanvisningar. Referensgrupperna består av verksamma matematiklärare, lärarutbildare, forskare och ämnesexperter. Proven är utprovade på mellan 200 -1000 elever (Stockholms universitet, 2016).

Här följer en kort beskrivning av hur de nationella proven i matematik i årskurs 3 är strukturerade enligt Skolverket (2016c). I årskurs 3 ingår 7 delprov. Delproven har ett gemensamt tema och utgår från en berättelse om barnen Nova och Troj. Berättelsen syftar till att avdramatisera provsituationen och underlätta ingången för eleverna i delprovet. Ämnesprovet i matematik för 2011 och 2012 består av 6 olika delprov med skriftliga uppgifter som eleven löser individuellt och en del med muntliga uppgifter som eleverna löser i mindre grupper. Skolverket (2011c) har presenterat en resultatanalys av nationella prov där de i utbildningsstatistiken gjort följande indelning för 2011 år prov: del A ”Mönster och linjal”, del B ”Massa och tid”, del C ”Taluppfattning”, del D ”Räkna i huvudet”, del E ”Matematiska problem”, del F ”Skriftliga räknemetoder” och slutligen del G ”Kommunikation och begrepp”. År 2012 har Skolverket en annan gruppering och kategoriserar delproven på följande vis: del A ”Mätning, geometriska begrepp”, del B ”Matematiska likheter, huvudräkning”, del C ”Räknesättens egenskaper”, del D ”Mönster, huvudräkning”, del E ”Skriftliga räknemetoder” och del F ”Bråk och huvudräkning” och slutligen del G ”Kommunikation och begrepp” (Skolverket, 2012a). Till proven finns detaljerade bedömningsanvisningar som läraren ska följa. Det är stort fokus på att eleverna ska visa hur de löser uppgifterna för att få full poängsättning.

3.4 Tillbakablick av matematikundervisning i Sverige

I en rapport från Skolinspektionen (2009) redogörs för hur undervisningen i matematik i 23 grundskolor i tio kommuner i Sverige bedrivs. Det är en stundtals dyster läsning som visar att många elever inte får den undervisning de ska ha rätt till. Eleverna får inte undervisning i alla delar inom matematikämnet och undervisningen styrs i alltför hög grad av läroboken. Det är framförallt inom områdena problemlösning, utveckla förmågan att se samband och att resonera som undervisningen brister. Lärarna visar inte kunskaper om kursplanen i tillräcklig utsträckning och varierar och anpassar inte undervisningen i tillräckligt stor omfattning för att möta elevers olika behov och förutsättningar. Skolinspektionen menar att rektor är en viktig del i förändringsarbetet som bör till för att utveckla matematikundervisningen. Rektor behöver styra skolans arbete till att fokusera undervisning och dess metoder och didaktik.

Hur stor del av skoldagen som utgörs av matematikstudier påverkar naturligtvis också matematikutvecklingen. En rapport från Skolverket (2012b) behandlar hur mycket tid svenska elever får i matematik i skolan jämfört med internationella studier om elevers undervisningstid. Det visade sig att i årskurs 4 fick svenska elever ca 40 timmar färre undervisningstimmar per år än andra länder. Medan det i årskurs 8 bara skiljde ca 20 timmar mellan Sveriges undervisningstid och andra länder. Studien visade också att för att en utökning av tid ska ha effekt är det viktigt hur tiden används och vilket innehåll som behandlas. En central framgångsfaktor är lärarens förmåga att följa elevernas kunskapsutveckling och lärande. Lärarens förmåga att vara medveten om syftet med undervisningen, att ha kunskaper om de konkreta målen, att läsa av den givna klassrumssituationen och att kunna variera undervisningen samt anpassa den till elevernas kunskaper och intresse är betydelsefullt. Löwing (2004) visar i sin avhandling, som fokuserar kommunikation mellan lärare och elev i klassrummet, att lärarna inte tycks hinna med alla barn i sådan omfattning att eleverna ges möjlighet att utvecklas maximalt. Hon skriver vidare att lärare verkade sakna både konkreta mål inom det innehåll de gav undervisning i och mål med undervisningen på längre sikt. Detta tänker hon i sin tur beror på att läraren styrs hårt av läromedlet, istället för att utgå från kursplan och sina didaktiska kunskaper inom ämnet.

Skolverket (2009b) presenterar sammanfattad forskning av vad som påverkar resultat i svensk grundskolan och hur matematikundervisning och specialundervisning i matematik har skett i Sverige. Analysen visar att specialundervisning så som det genomförts inte verkar ge de goda effekter som var menat. Inom matematik var effekter av specialundervisning blygsamma medan andra specialinsatser inom exempelvis lässtrategier gav klart större effekt. Skolverket visar på att effekter av interventioner i matematik har gett goda resultat. De största effekterna på matematik gavs när interventionen var inriktad på att arbeta med grundläggande färdigheter inom matematik, så som taluppfattning.

Skolverkets analys av vilka svårigheter elever visar utifrån de genomförda nationella proven pekar på områden där elever har generellt stora brister. Det eleverna har allra svårast för i årskurs 3 är skriftliga räknemetoder (Skolverket, 2011c; 2012a; 2013; 2014). Hur mönstret ser ut för uppgifter som relateras till taluppfattning går inte att utläsa eftersom taluppfattningsuppgifter inte alla är preciserade i resultatredovisningen, vilket betyder att taluppfattningsuppgifter kan förekomma i flera kategoriseringar. I vissa års analys är taluppfattning och andra delar inom matematiken presenterade i samma grupp. I Skolverkets (2009a) analys av resultatet från de nationella proven står bl.a. att läsa att resultaten från de nationella proven i årskurs 3 är ett redskap för att identifiera svagheter i ett tidigt skede i elevernas skolgång. Skolverket poängterar att det viktigt att det inte stannar vid enbart en analys av resultaten utan att skolorna också stärker undervisningen för att stödja eleverna inom de områden där man identifierat brister. Skolor kan ta resultaten till hjälp för att göra medvetna insatser Sju år senare skriver verket att ”Nationella prov kan ge underlag för en analys av i vilken utsträckning kunskapskraven uppfylls på skolnivå, på huvudmannanivå och på nationell nivå.” (Skolverket, 2016a)

3.4.1 Taluppfattning i förskolans läroplan

I Statens offentliga utredning (SOU 2004:97) skrivs det fram att barns förmåga att tillägna sig matematik grundläggs mycket tidigt. Redan under barnets första år kan man se att barn kan urskilja t.ex. storlek. Barnet upplever och tar senare till sig bl.a. former, antal och ordning och mycket tidigt uppstår intuitiva föreställningar om många av de grundläggande matematiska begreppen vilket oftast sker under förskoleåren. Nedan ges därför en översikt över vilka

kunskaper och förmågor barn i förskola ska få möjligheter att utveckla, enligt Förskolans läroplan (Skolverket, 2010). I förskolans läroplan kan man läsa att barn ska få möjlighet att se samband och förstå sin omvärld ur olika perspektiv, utveckla sitt ordförråd och begreppsförståelse samt sin förmåga att berätta, uttrycka tankar, ställa frågor, argumentera och samspela med andra, öva upp sitt intresse och sin förståelse för symboler, och deras kommunikativa funktioner. De presenterade områdena kan ses i en övergripande relation till matematikutveckling i förskolan. Doverborg (2010) framhåller att de första erfarenheterna är väldigt viktiga för hur nyfikenheten och lusten för matematik kommer utvecklas. Genom medvetna pedagogiska insatser och val av aktiviteter kan barns erfarenheter inom matematik utvecklas och fördjupas. Barn behöver lära och utveckla sitt matematiska kunnande i meningsfulla sammanhang. Men enligt Doverborg (2010) tycks aktiviteterna i förskolan många gånger vara begränsade till att gälla siffreräkning och ramsräkning. När vuxna i sin dialog med barn fokuserar, händelser, fenomen och situationer som har anknytning till matematik, bidrar det till barns nyfikenhet och lust för matematik. Det bidrar också till barnens lust till att utforska sin omvärld med hjälp av matematiken och ökar barnens matematiska ordförråd (Sternier, 2010).

I de delar som mer specifikt lyfter fram matematikinnehållet i förskolan står att läsa att barn i förskolan ska få möjlighet att: utveckla sin förmåga att hantera matematik för att undersöka, reflektera över och pröva olika sätt att lösa uppgifter. De ska vidare utveckla sin matematiska förmåga med fokus på att föra och följa resonemang, utveckla sin förmåga att urskilja, uttrycka, undersöka och använda matematiska begrepp och förstå samband och skillnader mellan begrepp. Enligt Björklund (2009) och Doverborg (2010) skapar barn bäst förståelse för begrepp i naturliga sammanhang. Där resonemang och jämförelse av exempelvis mängder sker med hjälp av begrepp som t.ex. lite, mindre, mer än, mest m.m. I samspelet, med andra barn och vuxna, som använder matematik utvidgar barn sin ordförståelse och en del av barns matematiska förståelse utvecklas.

Barn ska också få möjlighet att: ”utveckla sin förståelse för rum, form, läge och riktning och grundläggande egenskaper hos mängder, antal, ordning och talbegrepp samt för mätning, tid och förändring” (Skolverket, 2010, s. 10). I en djupare analys av förskolans matematik finner vi en rad utvecklande aktiviteter för rumsuppfattningen, den visuospatiala förmågan och vidare taluppfattningen. I aktiviteter där barn i bollekar, tecknande och bygglek får utveckla förmågan att urskilja figurer från bakgrund utvecklas rumsuppfattningen. Genom att barn exempelvis bygger kojor, får de uppleva föremål ur olika synvinklar vilket påverkar rumsuppfattningsförmågan positivt. När barn får föreställa sig och skapa inre bilder genom att tänka och fantisera tränas förmågan till abstrakt seende eller symbolisk förmåga (Persson, 2010). Sternier och Johansson (2010) skriver också de om en rad aktiviteter som kan arbetas med och utvecklas i förskolan i relation till läroplanen och taluppfattning. Det handlar om aktiviteter som får barnen att utveckla förmågan att uppfatta antal, en- till en korrelation, antalskonstans, att förstå räkneordens innebörd, struktur och funktion och tal och dess relationer samt förstå addition och subtraktion. I begreppet räkneordens innebörd ingår att arbeta med förståelsen för hur räkneorden är uppbyggda. Räkneorden mellan ett och tolv följer en språklig struktur alltså med basen tolv medan när talen skrivs med siffror baseras det på basen tio. Den språkliga strukturen för hur de första tolv räkneorden är uppbyggda ändras sedan vid räkneordet tretton till nitton. Men även räkneordet fjorton skiljer sig från detta mönster. Ytterligare ett mönster stöter barn på vid räkneorden mellan tjugo och tjugonio. Tjugo är även det, mönsterbrytande från de övriga hela tiotalen, eftersom det inte slutar på tio som de övriga. Vi har ett system för hur vi namnger räkneord och ett annat för hur vi skriver. Detta menar författarna är viktigt att arbeta med i förskolan för att nå förståelse för

räkneordens innebörd. En annan del av räkneordens funktion kopplas till barnens förståelse av parbildning det vill säga att ett föremål kopplas ihop med ett räkneord. Även förståelse för begreppet kardinalitet behöver utvecklas i förskolan, barn som räknar föremål korrekt men sedan inte kan svara på hur många det är har ännu inte nått denna förmåga. Arbete med tal och dess relationer härrörs direkt till förutsättningar för att nå god taluppfattning. Det handlar exempelvis om att förstå att talet 6 är ett heltal som i sin tur består och kan delas upp i mindre heltal som t.ex. 4 och 2. Men även relationer inom tal är viktiga delar att skapa förtrogenhet i. Det kan röra sig om att förstå att talet 6 är två mer än 4 och ett mer än talet 5 men också att talet 6 är dubbelt så mycket som talet 3. Att förstå relationer mellan tal och omvärld är också betydelsefullt att utveckla. Det kan handla om att diskussioner och resonemang förs om var i vår vardag vi kan hitta t.ex. talet 5. Fem fingrar, fem blommor i fönstret o.s.v. Strategier för huvudräkning är också delar som kan ingå i förskolans matematik.

3.4.2 Taluppfattning i grundskolans läroplan till och med årskurs 3

I grundskolans kursplan, Lgr11 (Skolverket, 2011b), för matematik är taluppfattning preciserat som ett eget centralt innehåll med rubriken Taluppfattning och tals användning. Skolverket (2011a) skriver i kommentarmaterial till kursplan i matematik att taluppfattning är grundläggande för att kunna utveckla kunskaper i matematik. Nedan relateras det centrala innehållet och kunskapskrav i årskurs 3 till uppsatsens fokus på taluppfattning och till litteratur inom området.

Det centrala i matematikundervisningen ifrån förskoleklass till årskurs 3 ska vara: ”naturliga tal och deras egenskaper samt hur talen kan delas upp och hur de kan användas för att ange antal och ordning.” (Skolverket, 2011b, s. 63). Att arbete och förståelse för tals egenskaper och hur talen kan delas upp är viktigt, för barn för att bygga upp en god taluppfattning, ger Löwing och Kilborn (2002) stöd för. De skriver att om barn tidigt kan dela upp tal i dess olika talkombinationer, främjar detta taluppfattningen eftersom förståelse för tal och dess relationer sker. Även förståelse för strategier vid huvudräkning grundläggs genom arbete med att förstå tals relationer och dess delar. Forskning av denna form belägger också kunskapskraven i årskurs 3. Där ett sådant kunskapskrav innebär att: eleven kan beskriva tals inbördes relation och att dela upp tal. En andra del i det centrala innehållet som relateras till taluppfattning är: hur positionssystemet kan användas för att beskriva naturliga tal och symboler för tal. McIntosh (2014) menar att avgörande för en god taluppfattning är att förstå vårt positionssystem. I kunskapskraven finns inget direkt krav om kunskap om positionssystemet, men är en förutsättning för att hantera tal. Skolverket (2011a) skriver att undervisningen även ska belysa hur olika talsystem har byggts. De menar att genom att få inblick i andra talsystem och genom att själva få arbeta med olika representationsformer, kan eleverna förstå hur positionssystemet har kommit till, hur det är uppbyggt och hur det används.

Att kunna hantera tal och använda dem i vardagliga situationer hör också till det centrala innehållet i skolans kursplan. Barnen ska dessutom kunna förstå och hantera de fyra räknesätten och beskriva deras egenskaper samt deras samband och användning i olika situationer. Det innebär att eleverna ska få kunskaper om hur räknesätten förhåller sig till varandra och förståelse för vilka strategier som är mest effektiva i olika situationer (Skolverket, 2011a).

Vidare inom det centrala innehållet ska elever få undervisning om: ”centrala metoder för beräkningar med naturliga tal, vid huvudräkning och överslagsräkning. Metodernas

användning i olika situationer samt rimlighetsbedömning vid enkla beräkningar och uppskattningar.” (Skolverket, 2011b, s.63). I Skolverkets kommentarmaterial för matematik skrivs att för att en elev ska kunna välja och använda lämplig metod för situationen behöver eleven också kunskaper om centrala metoder för beräkningar med naturliga tal, vid huvudräkning och överslagsräkning och vid beräkningar med skriftliga metoder och miniräknare (Skolverket, 2011a). McIntosh (2014) menar att barn behöver rika möjligheter och många lärsituationer för att lära sig effektiva strategier vid huvudräkning. När barn inte kan lösa aritmetiska problem genom att ta fram talfakta ur minnet använder barn olika strategier. Dessa kan vara av olika kvalitet och läraren behöver aktivt arbeta med att utveckla dessa strategier till effektiva metoder. När barn har effektiva metoder är det lättare att spara talfakta i minnet (Gersten, Jordan och Flojo 2005; Bentley, 2012).

3.4.3 Matematikkunskaper i Sverige och internationellt

Svenska elevers kunskaper i matematik jämfört med elevers resultat i andra länder har även de analyserats utifrån Trends in International Mathematics and Science Study, TIMSS, undersökningar. I Skolverkets (2007) rapport, pekas Sveriges undervisningsform i matematik ut som en orsak till lägre resultat inom bland annat taluppfattning. De menar att svenska lärare i allt för hög grad är bundna till läromedlet, där procedurkunskap sker i allt för hög grad. Skolverket skriver vidare att de prov och diagnoser, som är kopplade till de läromedel som används, inte ger läraren möjlighet att upptäcka elevers kunskapsbrister eftersom dessa diagnoser och prov bygger på liknande uppgifter som använd i undervisningen. De menar istället att förståelseinriktad undervisningen skulle gynna elevers möjligheter att överföra sina kunskaper till nya situationer och uppgifter. Genom en sådan undervisning där misstag systematiskt bearbetas ges bättre resultat avseende elevernas prestationer.

Med bakgrund i sjunkande resultat i både internationella och nationella jämförelser ökades undervisningstiden i matematik i årskurs 1-3 år 2013. Som underlag för detta presenterades en rapport från Skolverket (2012b). Där påpekar Skolverket vikten av att barn tidigt får utveckla matematiska grunder som begreppsförståelse och förståelse för beräkningsstrategier. Av denna anledning ville Skolverket fördela 120 timmar genom att dela upp dem på en timme i veckan under årskurserna 1–3. De hade som argument för detta att elever i årskurs 4 visar störst brister inom taluppfattning, tals användning och geometri samt algebra. Skolverket menar vidare att undervisningens kvalitet behöver höjas. Undervisningen behöver bygga på att det finns tydliga mål för lärandet, allsidiga utvärderingsformer och återkoppling men även att undervisningsformerna är varierande. Så sent som den 3 mars 2016 skriver Regeringen i ett pressmeddelande att de lagt ett förslag om ytterligare utökning av matematikundervisningen. Förslaget har som syfte att eleverna i årskurs 4-6 ska få mer tid till matematik i schemat (Regeringen, 2016). Genom att mer tid i skolan används till matematik och att tiden används till att tänka och resonera och förstå kan taluppfattningen hos elever förstärkas vilket kan bidra till ökade kunskaper i matematik.

4 Tidigare forskning och teoriansknytning

I de första delarna av detta kapitel redogörs och presenteras en del av den forskning som hittills är gjord på området taluppfattning. Under rubriken teoriansknytning beskrivs den teoretiska grund som används i uppsatsen. Eftersom tidiga insatser skrivs fram som centrala för goda prestationer (Wetsol, 2011; Hattie, 2008), behövs en orientering om vad forskningen lyft fram som viktiga komponenter i taluppfattningen under förskoleår och tidiga skolår. När pedagoger vet vad taluppfattning innebär kan de identifiera och utveckla dessa delar i elevens lärandeprocess i matematik. Avsnittet behandlar därför olika områden inom taluppfattningen så som vad som menas med god taluppfattning och vad det innebär för elevers lärande. Nästkommande avsnitt lyfter frågan varför god taluppfattning är viktigt att ha. Vidare presenteras forskning som visar på faktorer vilka påverkar taluppfattningen. Vad pedagoger ska reagera på för att identifiera riskfaktorer vid matematiksvårigheter belyses också i denna forskningsöversikt. Avslutningsvis ges en bild av vad tidigare forskning visat påverkar taluppfattningen positivt och därmed gör så att taluppfattning utvecklas och påskyndas.

4.1 Vad är taluppfattning?

Berch (2005) menar att number sense är lätt att känna igen men svårt att definiera på ett kortfattat och lättförståeligt sätt. Som presenterats i bakgrunden handlar taluppfattning om att ha en känsla för tal och operationer. Enligt McIntosh et al. (1992) så ingår flera viktiga delkunskaper i känslan för tal och operationer. Det handlar då om att förstå ordningen på talen och att förstå att tal kan representeras på olika sätt, exempelvis med föremål, streck, prickar, bilder eller siffror. Förståelsen för positionssystemet det vill säga hur vårt talsystem är uppbyggt med 10 siffror och att siffrans plats avgör dess värde, är centralt. Också att förstå de olika räknesättens innebörd är en fundamental kunskap i uppbyggnaden av en god taluppfattning. Utöver detta krävs att förstå samband mellan olika räknesätt och förstå relationer mellan exempelvis olika tal. Det innebär även att kunna förstå textuppgifter i ett sammanhang och kunna plocka ut det relevanta ur uppgiften samt att använda passande, effektiva metoder och strategier för att lösa uppgifter. Taluppfattning är alltså, förutom förståelsen för tal, relationer och operationer med tal och även en förmåga att använda tal.

4.2 Varför är fokus på taluppfattning viktig för barns matematikutveckling?

God taluppfattningen skrivs fram som centralt för goda prestationer inom matematik av flera forskare (Jordan et al. 2010; McIntosh, 2014; Gersten & Chard, 2001). Yang och Li (2013) framhåller flera orsaker. För det första är arbete inom taluppfattning ett sätt att tänka som främjar känslan för tal och talens relationer till varandra. Detta leder till att eleverna ökar sina chanser till att tänka på ett flexibelt och effektivt sätt. En annan orsak till att arbete med att utveckla taluppfattningen är så betydelsefull, hittas i forskningsbelägg. Jordan et al. (2010) menar att taluppfattningen spelar en nyckelroll för senare matematikprestationer. Den tredje orsaken, som Yang och Li (2013) belyser, är att flera tidigare studier visat att när det blir en överbetoning på skriftliga uträkningar kan dessa begränsa barns matematiska tänkande och förståelse, medan övningar inom taluppfattning kan framkalla en process för förståelse och utveckla känslan för tal. Frick (2010) visar genom sin examensuppsats, där 42 elevers kunskapsprofiler i matematik och senare deras slutbetyg i årskurs 9 ingår, på att elever med bristande kunskaper inom taluppfattning i årskurs 5 riskerar i högre grad att inte nå godkända betyg i årskurs 9. I hennes undersökning framgick att av de elever som inte fick ett godkänt slutbetyg i årskurs 9 visade det sig att 80 % av dem hade brister inom taluppfattning på de

nationella proven i årskurs 5. Sammanfattningsvis kan sägas att flera forskningsbelägg finns för att en god taluppfattning är grundläggande för goda matematikkunskaper och lyckanden inom ämnet.

4.3 Vad påverkar barns taluppfattning?

Sterner (2015) skriver att i den spontana leken och vardagssituationer får barn värdefulla erfarenheter av att undersöka och engagera sig i matematik. Men först när de får tillfälle att resonera med andra kring sina erfarenheter blir kunskaperna matematiska och tolkningsbara. Hon menar vidare att matematiska kunskaper vid skolstarten har starka samband med senare skolframgångar i matematik i grundskolan. Watts, Duncan, Siegler & Davis-Kean (2014) visar att utvecklingen av matematiska förmågor som sker mellan cirka 4,5 och 7 års ålder i än högre grad ligger till grund för matematiskt kunnande vid 15 års ålder. Denna forskning står i kontrast till Häggbloms (2000) resultat från sin avhandling som är en longitudinell studie där 100 barn testades i matematikkunskaper vid 6, 9 och 15 års ålder. I en artikel år 2000 i Nämnanen skriver hon om sitt resultat där det framkommer att matematikprestationer inte är något som står sig stabilt över åren. Hennes resultat visar på att barn som vid 6-års ålder befann sig i gruppen lågpresterade tre år senare kunde befinna sig i gruppen mellan- eller högpresterande. Observera att denna studie gjordes för 16 år sedan och en annan läroplan fanns då.

4.3.1 Påvekan av visuospatial förmåga, symbolisk förmåga och fonologisk förmåga

Med visuospatial förmåga menas vår kognitiva förmåga att urskilja former, konturer och avståndsförhållanden så som tredimensionellt seende, och rörelser. Dessa förmågor är avgörande för hur vi i rum orienterar oss och vår uppfattning om förhållanden i omgivningen. Fonologisk förmåga handlar om hur vi avkodar ord till ljud och sätter ihop dessa till meningsbärande helheter. Den symboliska förmågan innebär att man kan föreställa sig mentala bilder, ord eller symboler kognitivt. Lunde (2010) menar att tidigt spatialt tänkande ligger till grund för att barn ska kunna göra mentala bilder i minnet. Flera barn använder sig av mentala tallinjer för att avgöra tals storlek och jämföra tal samt att göra operationer med tal med hjälp av denna mentala tallinje. Barn som har svårigheter med att bilda en mental tallinje eller skapa mentala bilder har då en lägre förmåga inom det visuospatiala området. De barn som inte har så utvecklad visuospatial och symbolisk förmåga gör inte kopplingen över den mentala bilden utan går direkt på vad de ser fysiskt. Därför kan det vara svårt att tolka och tänka ut vad den abstrakta uppgiften $3+2$ är. Medan det är klart lättare att lösa uppgiften om det är $3+2$ fysiska äpplen som visas.

2011 genomfördes en studie i Belgien med syfte att fånga skillnaden mellan symboliska och icke symboliska förmågor och deras påvekan för senare framgång i matematik. 92 barn i åldern 6-8 år deltog. Testet innehöll följande delar: ett icke symboliskt test där barnen skulle jämföra antal kvadrater, ett symboliskt test där barnen skulle jämföra siffror, ett tallinjetest, två skolmatematiktest och ett stavningstest. Resultatet av studien tyder på att barn som har matematiksvårigheter har svårt att tolka och representera symboler. Därför föreslår forskarna i studien, att undervisningen behöver lägga fokus på att översätta symboler till motsvarande representation, eftersom denna process verkar mycket viktig (Sasanguie, Göbel, Moll, Smets & Reynvoet, 2012).

Även fonologisk förmåga har visat sig ha ett visst samband med matematikprestationer. Vissa elever har svårighet både inom läsning och matematik medan en del bara kämpar inom

läsning eller matematik. De barn som har svårigheter både inom läsning och matematik har ansetts ha en lägre fonologisk förmåga medan elever som bara har svårigheter inom matematiken i så fall troligtvis har svårigheter inom taluppfattningen. Elever i de tidiga skolåren som är goda läsare men har svårigheter inom matematik utvecklas snabbare inom matematik än de elever som har svårigheter inom båda dessa områden. Men å andra sidan verkar det vara så att elever som inte har matematiksvårigheter inte lika tydligt påverkar progressionen i läsning. Det verkar vara så att elever med enbart matematiksvårigheter har svårt med taluppfattning och inte har automatiserade huvudräkningsstrategier. De barn som har svårigheter inom läsning kan utveckla svårigheter inom matematik vid senare ålder eftersom flera uppgifter inom matematiken då bygger på god läsförmåga. Alltså påverkas matematikkunskaperna positivt genom ökade kunskaper inom läsning (Lunde, 2010). Nyare forskning i förskoleklass (Stern, 2015) påvisar dock att förmåga att tillägna sig matematiska färdigheter påverkar även läsförståelse positivt. "Det fanns en signifikant effekt av matematiska förmågor vid posttestet på läsförståelse ett år senare. Det indikerar att förmåga att förbättra sin matematiska kompetens kan predicera senare läsförståelse." (Stern, 2015 s.74).

4.3.2 Påverkan av arbetsminne, självreglering och impulskontroll

Ivrendi (2011) visar genom sin studie i Turkiet, där 71 barn i Kindergarten deltog, att självreglering är en viktig prediktor för att barn ska utveckla number sense. Även moderns utbildningsnivå var en viktig faktor för att barnet ska få god taluppfattning, tätt följt av ålder och kön. Med självreglering menas i studien, en uppsättning beteenden som inkluderar uppmärksamhet, arbetsminne och impulskontroll. Det innebär alltså barnens förmåga att fokusera på en uppgift, att komma ihåg information och att behärska sitt beteende.

Ovan nämnda förmåga av självreglering och impulskontroll har starkt samband med arbetsminnet. Arbetsminnet eller korttidsminnet har betydelse för matematiskt kunnande eftersom man inom matematik behöver bevara information kortvarigt i minnet för att inom samma process ta fram informationen igen i de processer som används för att lösa en uppgift. Östergren (2013) menar på att det inte bara är en orsak till matematiksvårigheter utan flera samverkar. Två av de mest centrala delarna är att arbetsminnesförmågan och svårigheter inom taluppfattningen utgör riskfaktorer för att utveckla matematiksvårigheter. Lunde (2010) beskriver detaljerat hur arbetsminnet spelar en viktig roll i lärandet av matematik och hur det går till i vår hjärna. Han förklarar att informationen kommer till arbetsminnet och sedan bearbetas den av den fonologiska loopen och eller det visuospatiala skissblocket. Det finns också ytterligare en del i arbetsminnet som är en så kallad styrenhet. Styrenheten hjälper bland annat till att hämma ovidkommande information som kan störa processerna i arbetsminnet och samtidigt uppmärksamma information som är viktig att fokusera på. Styrenheten hämtar också information från långtidsminnet som behövs för att lösa uppgiften effektivt. En annan central uppgift som styrenheten har är den koordinerande funktionen där både lagring och bearbetning av information ska ske. Om det skulle vara så enkelt att barn i matematiksvårigheter har en allmän nedsättning av minnet så skulle detta ge uttryck på även annan faktakunskap och semantisk kunskap men detta visar sig inte vara fallet för barn i matematiksvårigheter. Istället diskuteras det om att det kan röra sig om en brist i förmågan att representera fonemisk och eller semantisk information i långtidsminnet, men att detta i så fall bara skulle gälla för numerisk information.

624 elever som genomfört de nationella proven i årskurs 3 i matematik, har studerats med avseende på relationen mellan arbetsminne, provångest, självreglering och matematikprestation. Studien genomfördes i Sverige och innefattar 24 skolor med varierad

demografi, geografi och huvudmannaskap. Resultatet visar att elever redan i årskurs 3 upplever provångest. Denna provångest påverkar deras matematikprestation negativt på de nationella proven (Nyroos, Eklöf, Jonsson, Korhonen & Wiklund - Hörnqvist, 2015). Författarna diskuterar även sitt resultat i relation till syftet med de Nationella proven i årskurs 3. Där Skolverket skriver att proven så allsidigt som möjligt ska pröva elevernas förmåga i ämnet. Forskarna menar att eftersom elever reagerar olika i provsituationer, det vill säga provångest, och där elever med lägre förmåga till matematikinläring och arbetsminneskapacitet, påverkas särskilt negativt, verkar det vara så att de nationella proven är ett sämre mätinstrument för elever med lägre självregleringsförmåga och elever med lägre arbetsminneskapacitet, i jämförelse med hur de nationella proven testar elevers förmåga i matematik för elever med högre förmåga till matematikinläring. Författarna vill också belysa att i deras forskning visade det sig att så många som 143 elever som var identifierade med en riskprofil visade tillräckligt bra resultat på de nationella proven så att de därför hamnade under nivån för vidare insatser. Därför hävdar de att det är viktigt att uppmärksamma elever med låg arbetsminneskapacitet och otillräcklig självreglering och eller provångest även om de presterar bra på de nationella proven. Författarna menar att elever som anstränger sig till sitt yttersta för att nå kunskapskraven, trots låg arbetsminneskapacitet och otillräcklig självreglering, riskerar på lång sikt sin hälsa och välmående. Lunde (2010) lyfter också han elevers självbild som en betydelsefull faktor. Eftersom elever i matematiksvårigheter ofta uppfattar sig som dåliga och värdelösa, kan även detta påverka deras utveckling inom matematik negativt.

Nyroos, Jonsson, Korhonen & Eklöf (2015) belägger också annan forskning på området nämligen att lågpresterande elever inom matematik visar en signifikant sämre visuospatial förmåga (Sasanguie et al, 2012). Resultatet indikerar dessutom att den biologiska mognaden, i termer av arbetsminneskapacitet, är än mer centralt för elevers prestation än deras faktiska ålder. Med denna undersökning som grund borde pedagoger kunna få idéer på hur de kan underlätta lärandet för elever med olika kognitiva förmågor. Fler aspekter som kan utgöra faktorer för matematikutvecklingen belyses av Lunde (2010). Han nämner liksom Nyroos et al (2015) att emotionella faktorer och ångest påverkar matematikprestationen. Matematikångest kan därför blockera matematiklärandet. Ångest kan bottna i hur det didaktiska kontraktet och kommunikationen i undervisningen är utformad. Men de lyfter även fram faktorer som har med hur undervisningens didaktik att göra. Understimulering vid skolstarten är också en betydelsefull faktor.

4.3.3 Tiden med och för matematik

Hur tiden till matematik används under skoldagen kan också påverka matematikutvecklingen. Bentley (2012) anser att tiden behöver användas till att arbeta med kritiska delar av det matematiska innehållet, för att skapa kvalitet i undervisningen. Han lyfter att utveckling av talfakta är ett sådant innehåll som behöver fokuseras i de tidiga matematiska aktiviteterna i förskola och skola. Om elever kan plocka fram talfakta ur minnet på max 4 sekunder, kan eleven frigöra kognitiv kapacitet i arbetsminnet vilket gör att inlärningskapaciteten ökar.

Kling Sackerud (2012) skriver att det finns ett stort behov av en gemensam förståelse av kursplanen i matematik. Undervisningen behöver bli mer varierad till sin utformning så att elever ges möjligheter att även diskutera matematik med sina klasskamrater och lärare. Hon saknar fokus på reflektion och diskussion av det matematiska innehållet i de svenska klassrummen.

En annan central del i undervisningen är lärarens förmåga att följa elevernas kunskapsutveckling och lärande. Matematikutveckling sker naturligtvis inte bara inom förskolans och skolas väggar. Barn lär och erfar matematiken även i andra miljöer och så även i sin hemmiljö. Men de flesta föräldrar har hittills inte varit så uppmärksamma på att stötta sina barn inom det matematiska området i tidiga barnår som de varit att hjälpa sina barn med läs- och skrivutveckling (Lundström, 2015).

Av den redovisade forskningsöversikten framgår sammanfattningsvis att taluppfattning och matematikförmåga påverkas av en rad olika faktorer som spänner sig över flera olika vetenskapliga områden. I litteraturgenomgången ges perspektiv från både det medicinska, psykologiska och det pedagogiska området. Flera vetenskapsområden lyfts fram och ger en bild av vad forskningen hittills lyckats peka på som betydelsefulla faktorer. Trots detta är gåtan kring matematiksvårigheter inte ännu helt löst. I texten ovan nämns påvekan av visuospatial förmåga, fonologisk förmåga och symbolisk förmåga som alla härrörs från hur hjärnan fungerar. Men även andra kognitiva förmågor är viktiga för taluppfattning. Hit räknas arbetsminnesförmåga och självreglering. Också elevens självbild har visat sig viktig för matematikutvecklingen. Inom matematikdidaktisk forskning, ges tilltron till pedagogik en central påverkan av taluppfattning. Berch (2005) skriver att ur psykologiskt perspektiv ses taluppfattning som något som är medfött, en intuitiv känsla för tal, medan inom den pedagogiska forskningen ses taluppfattning som något som kan läras och tränas. "Det kan knappast bero på att finska skolelever genomgående är betydligt intelligentare än sina kamrater i de andra nordiska länderna." (Lunde, 2010 s.15)

4.4 Hur kan taluppfattningen påskyndas och utvecklas?

4.4.1 Tidiga insatser, pedagogiska verktyg och strategier inom räkning

Den finske professorn Aunio (2006) poängterar att det är viktigt att skaffa sig forskningskunskap om tidig taluppfattning för att förstå utvecklingen och de svårigheter som barn möter, samt för planering av relevant pedagogiskt stöd för dessa barn. McGuire, Kinzie och Berch (2012) framhåller "5 –frames" som en av de pedagogiska verktygen för att utveckla number sense i de tidiga barnåren. Genom att använda denna "5-ram" i arbetet med förskolebarn och i de första skolåren menar författarna att barn får hjälp att överbrygga klyftan mellan barns informella matematik till den mer utvecklade matematiken som leder barnen vidare till att bli mer kompetenta och flexibla i sitt sätt att hantera grundläggande matematik. Genom användning av "5 – ramar" anser de att barn utvecklar förmågan att förstå ett-till-ett korrespondens, det vill säga att varje objekt som ska räknas bör benämnas, märkas. Då behöver barnet känna till namnet för talen, ett, två, tre... och att dessa används i en speciell ordning. Barnet får också träna på kardinalitet. McIntosh (2014) menar att "10 –ramen" också är ett bra pedagogiskt verktyg, när barnet kommit längre i sin taluppfattning. Genom att använda "10-ramen" får barnen en spontan uppfattning om talkombinationerna för talet tio. Samtidigt som förmågan till parbildning och att räkna och tänka i 2 steg stärks samt att förståelsen för strategier vid tiotalövergång utvecklas. Griffin (2004) anser också att undervisning i beräkningsstrategier ska ske redan i förskolan. Ett exempel på hur detta kan ske ger hon i sin undersökning. Där barnen i förskolan får ett antal kakor och skall först räkna hur många dessa är och uppmanas komma ihåg detta när de sedan går för att sova. När de kommer tillbaka har en mus varit där och de får nu i uppgift att ta reda på hur många kakor musen ätit upp. Barnen börjar då spontant räkna sina kakor och jämföra antal och tankeverksamhet för hur man löser detta sätts igång. Denna sekvens lockar till att använda flera viktiga delar inom taluppfattningen och olika beräkningsstrategier kan behandlas i naturliga sammanhang. Författaren beskriver att barn som har deltagit i studien

presterar mycket bra på testfrågor som handlar om resonemang inom taluppfattning. I flera utvärderingar, som genomförts med barn från låginkomstsamhällen visar de barn som deltagit i experimentgruppen betydande vinster i begreppsförståelse, och taluppfattning jämfört med kontrollgrupperna. Gersten et al. (2005) har genom sin forskning visat att det finns några viktiga delar inom taluppfattningen som behöver övas och uppmärksammas tidigt, redan i förskolan, för att barnen ska ha möjligheter att förstå matematiken. Dessa är att: Kunna skilja olika kvantiteter från varandra, t.ex. att bestämma vilken mängd föremål det finns flest i eller vilken siffra som är störst, kunna räkneramsan och talraden både framåt och bakåt, förstå övergången från konkret till abstrakt, det vill säga att göra det konkreta till mentala representationer, t.ex. att förstå att 3 bananer och 2 bananer till kan göras om till $2+3$ och använda och förstå effektiva strategier för de grundläggande aritmetiska kombinationerna och att automatisera dessa grundläggande aritmetiska kombinationer. Författarna har genom sin undersökning studerat metoder för att upptäcka elever som har svårigheter inom taluppfattning. De menar att om barn tidigt tränas, i ovan nämnda förmågor, ökar deras chanser att uppnå god taluppfattning. Men de hävdar samtidigt att mer djupgående förståelse för vad taluppfattningssvårigheter innebär måste arbetas fram. Först då kan bättre insatser göras för att hjälpa barn få lyckade resultat i matematik.

4.4.2 Begreppsförståelse, mentala bilder och tals relationer

Både Lundström (2015) och Griffin (2004) anser utifrån sina forskningsresultat att aktiviteter som syftar till att nå begreppsförståelse är viktigt att arbeta med i förskolan. Lundströms (2015) menar i sin avhandling att det är oerhört viktigt att lärare synliggör matematiken för barn. För att detta ska vara möjligt måste lärare ha god didaktisk kompetens inom matematik. Hon lyfter fram att synliga tallinjer i barnens miljö hjälper barnen att tidigt skapa inre bilder eller s.k. mentala bilder av tallinjen. Att barn kan skapa mentala representationer är avgörande för taluppfattning och matematikutveckling (Sasanguie, Göbel, Moll, Smets & Reynvoet, 2012; Lunde, 2010). Synliga tallinjer stöttar också barnens kunskap om tal genom att de ser talens relation till varandra, de skapar också möjlighet till ett spontant resonemang om talföljder och förståelsen för relationen mellan tal. Genom talradens synliggörande ökar barns förmåga till begrepsbildning samt taluppfattning. Personalens pedagogiska insatser och didaktiska kompetens i förskolan blir mycket betydelsefull. Genom att ta vara på matematiken som barnen visar kan personalen hjälpa till att utveckla kunnandet genom resonemang och utmanande frågeställningar. Att barn tidigt startar sitt matematiserande betonas i flera forskningsartiklar (Sasanguie, Göbel, Moll, Smets & Reynvoet, 2012; Griffin, 2004; Lundström, 2015; Gersten et al. 2005). När barn sedan kommer upp i förskoleklass ska den tidigare informella matematiken knytas ihop med en mer formell matematik som kan ta sin början i förskoleklass (Reis, 2011).

4.4.3 Interventioner och intensivundervisning

I just förskoleklass har Sterner (2015) gjort en interventionsstudie. Hon fokuserade på att stärka förmågan inom tal, resonemang och representationer. Resultaten visar att fokusering på dessa delar ledde till en signifikant skillnad mellan kontrollgruppens resultat och de barn som ingick i testgruppen, till testgruppens fördel. Även ett år senare i årskurs 1 var skillnaderna mellan grupperna betydande. Interventionsstudien hade tre principer som låg till grund för utformandet av programmet nämligen att: barnen ska möta strukturerade sekvenser av aktiviteter, då det visat sig att detta är speciellt effektivt för barn som befinner sig i riskzonen för att utveckla matematiksvårigheter eller redan är i dessa. En annan princip som togs fasta på var CRA-modellen som innebär att aktiviteterna går från konkreta över representativa till abstrakta representationer. En annan viktig princip var betoningen på barns dokumentation i

form av teckningar och gemensamma resonemang om deras arbeten som det fundamentala redskapet för lärande. Aktiviteterna var grupperade i fem områden: Sortering, klassificering och mönster; Mängder, antal och mönster; Tals helhet och delar; Talraden och tallinjen samt Positionssystemet. Varje sådan aktivitet bestod av en cykel av sex delmoment. Dessa redovisas nedan.

1. *Räkneramsa*: Barn och lärare räknar i kör uppåt och nedåt på talraden. Syftet med detta är att ge barn erfarenheter som bidrar till att de utvecklar säkerhet i att använda räkneramsan och att de får undersöka och använda mönster i talsystemet.
2. *Inledande aktivitet*: Läraren startar aktiviteten och barn och vuxna arbetar gemensamt och använder konkreta föremål som klossar, stickor, knappor och tärningar. Exempelvis var en av de inledande aktiviteterna att studera olika kombinationer av talet fem med konkret material.
3. *Pararbete* eller *smågruppsarbete*: Barnen arbetar i par eller mindre grupper med liknande aktiviteter, men de använder andra föremål och representationer. Under detta arbete försöker läraren lyssna på barnens resonemang och kommunikation.
4. *Diskussion i helklass*: Nästa delmoment innebär att barn och lärare samlas för gemensamt samtal. Skillnader och likheter mellan barnens olika konstruktioner och lösningar poängteras och diskuteras.
5. *Barnens dokumentation*: I detta delmoment ritar barnen och dokumenterar individuellt vad de har gjort. Teckningarna blir då nya representationer. I teckningarna väljer barnen olika representationer för att visa vad de gjort. Några använder till exempel prickar, streck, siffror eller andra former.
6. *Uppföljande aktivitet*: Det sista delmomentet i cykel innebär att barn och lärare samlas runt teckningarna för att resonera och diskutera om de begrepp som har arbetats med. Fokus ligger på likheter, skillnader, samband och hur de har representerat sitt arbete. Läraren uppmuntrar eleverna att motivera sina tankar och val.

Matematikutveckling hade ett starkt samband med språklig förmåga och visuellt och verbalt arbetsminne.

Även den finska forskaren Aunio (2006) har arbetat med interventionsstudier i syfte att pröva två olika program som syftar till att stärka number sense hos barn mellan fyra till sju och ett halvt år. Hon jämförde finska barns taluppfattning med barn i Asien (Singapore, Hong Kong och Peking). Det visade sig att de asiatiska barnen var bättre på taluppfattning än de finska barnen. Hon menar att detta troligtvis beror på att barn i Asien börjar ett år tidigare i grundskolan än barnen i Finland. Asiatisk kultur sätter också stort värde på att lära matematik tidigt. Forskaren menar utifrån sitt resultat att det är viktigt att uppmärksamma de barn som visar svårigheter inom taluppfattning redan i förskoleåldern, detta för att barn som är behov av särskilt pedagogiskt stöd för att utveckla god taluppfattning, ska få detta redan på förskolan (Aunio, 2006). Att barn ska få stöd i sin utveckling av taluppfattning tidigt belyser även Gersten et al, (2005). Det har även gjorts försök på att stärka äldre barns taluppfattning, genom att låta 30 barn i årskurs 5, från olika skolor i Södra Taiwan använda ett datorprogram för att utveckla number sense eller genom att öva taluppfattning med papper och penna. Studien indikerade att de elever som fick öva med dator ökade sin taluppfattning (Yang, & Li, 2013).

Hur stöd till elever i matematiksvårigheter bör ges får en intressant vinkling i och med Giota och Lundborg (2007) forskning som visar att de elever som fått specialpedagogiskt stöd tenderar att ha sämre förutsättningar för att nå skolans mål. Författarna menar trots detta att

resultatet kan ses som att det specialpedagogiska stödet haft en positiv effekt på elevernas studieresultat, men att denna effekt inte varit tillräckligt stor för att fullt ut kompensera för skillnaderna i studieförutsättningar. Vad som däremot visat sig som mycket framgångsrika utvecklingsarbeten som syftar till att stärka taluppfattningen i skolan, är intensivundervisning. Lundqvist, Nilsson, Schentz & Sterner (2011) skriver i Nämnaren om just detta. Eleverna får arbeta intensivt 10-11 veckor, en till en, ca 30 min per dag under fyra dagar i veckan, utöver matematiken som ges i klassrummet. Fokus har varit att arbeta med grunder inom matematik, taluppfattning, och det har varit en speciallärare eller lärare med behörighet att undervisa i matematik som har arbetat med barnen. Utvecklingsarbetet har genomförts med barn i årskurs 2. Resultaten visar att elever utvecklar sin taluppfattningsförmåga, de utvecklar också metakognitiva förmågor vilket innebär att de kan sätta ord på sina tankeprocesser. Eleverna har också blivit mer positiva till matematikämnet och de kan också arbeta mer koncentrerat och uthålligt i klassrummet. I takt med att deras kunnande och självkänsla stigit har koncentrationen och uthålligheten ökat markant.

4.4.4 Förändrad undervisning

Neuman (2013) tycker att det bör till ett paradigmskifte för att utveckla barns tidiga taluppfattning. Hon menar att det centrala i undervisning i tidiga år är att se och tänka istället för att fokusera på att räkna utan att tänka. Hon säger att mer tid bör ägnas åt frågor där barn får resonera och förklara hur de tänker. Neuman menar då att läraren inte behöver söka minsta fel i matematikboken utan fokuserar på förståelse och helhet. Även Nortvedt (2010) poängterar med utgångspunkt i sitt resultat att elever ska ges möjligheter att utveckla sina förmågor avseende taluppfattning, att koppla dessa numeriska färdigheter till sina egna strategier och att det får ske i arbete med matematiska problem som kräver arbete i flera steg.

Sammanfattningsvis ger pedagogikforskningen en tydlig bild av att taluppfattningsförmågan kan tränas. Genom medvetna och forskningsbelagda insatser inom didaktik och pedagogik i tidiga åldrar med aktiviteter som stärker taluppfattningen, utvecklar barn sin taluppfattning. Undervisning och aktiviteter som påverkar taluppfattningen ska ske redan i förskola och förskoleklass för att ge barnen grundläggande förmåga inom taluppfattningen. Även hemmet behöver göras införstådda med att uppmärksamma matematiken i barnens vardag. Avslutningsvis kan nämnas att även skolan behöver fokusera undervisningen på att eleverna ska ges möjlighet att förstå och tänka istället för att räkna utan förståelse.

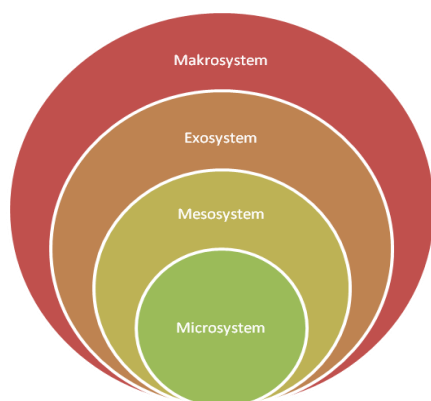
4.5 Teorianknytning

På grundval av att en teori kan sägas vara en samling påståenden om samband på en mer övergripande nivå har valet fallit på att använda Bronfenbrenners utvecklingsekologiska modell (Bronfenbrenner, 1977) som studiens allmänna teori och Sterners (2015) kritiska moment inom taluppfattning som uppsatsens specifika teori. För att förklara taluppfattningens komplexitet behövs både en allmän teori som kan fungera som stöd i att förstå och förklara vad som påverkar taluppfattningsförmågan, men även en mer specifik teori. I denna uppsats används Sterners kritiska moment inom taluppfattning som ett begrepps-, analys- och resultatverktyg. Men för att sedan förstå det resultat som presenteras behövs även den allmänna teorin. I studien ses Bronfenbrenners modell och de kritiska moment, som Sterner (2015) pekar på, inom taluppfattning komplettera varandra men på olika nivåer. En liknelse till en tratt kan göras. Bronfenbrenners modell används för att förstå de faktorer som befinner sig i trattens övre del med ett vidare perspektiv på taluppfattning och Sterners olika taluppfattningsaspekter, blir trattens mynning, och används främst i analysarbetet och

resultatet. Sterners kritiska moment ger ett matematikdidaktiskt perspektiv på taluppfattning. Bronfenbrenners utvecklingsekologiska modell har används för att stödja urval och presentation av tidigare forskning och för att ge en bakgrund till vad som påverkar taluppfattningen. I nästa avsnitt ges en beskrivning av hur detta görs mer konkret i studien.

4.5.1 Allmän teori- Bronfenbrenners utvecklingsekologiska modell

Bronfenbrenners modell visar människans samspel mellan medfödda egenskaper och de miljöer som människan befinner sig i (Andersson, 1986). Som tidigare forskning om taluppfattning visar är taluppfattning hos en individ beroende av både medfödda förmågor och den miljö som personen lever i. Förskola, förskoleklass och skola är alla delar i en större helhet och de påverkas av en komplex social kontext. Individer påverkar och påverkas av andra. Med hjälp av Bronfenbrenner modell kan vi lättare förstå denna komplexa tillvaro.



FIGUR. A

I figur A. visas de olika nivåerna i Bronfenbrenners utvecklingsekologiska modell från micro till makro. Detta innebär att individens förutsättningar är i ett ständigt samspel och relation med de andra nivåerna. Det innersta området, mikrosystemet, beskriver påverkansfaktorer i individens närhet. Nästa område, mesosystemet, beskriver samverkan och relationer mellan olika mikrosystem och att dessa påverkar individen. Ytterligare en faktor som påverkar personen beskrivs i exosystemet. Det är faktorer som indirekt påverkar individen som t.ex. massmedia och familjens vänner. Det yttersta området behandlar de lagar och samhällsstrukturer som också påverkar individen. Utvecklingen är en produkt av samspelet mellan individ och de olika nivåerna i modellen (Bronfenbrenner, 1977).

Barnets taluppfattningsförmåga är beroende av en rad komponenter. I mikrosystemet finner vi de delar som direkt påverkar eleven. Det kan vara faktorer som direkt påverkar taluppfattningsförmågan som bl.a. arbetsminne, visuospatial förmåga, fonologisk förmåga och symbolisk förmåga. Dessa delar påverkas sedan av elevens lärande, som är komponenter i mesosystemet, som i sin tur är beroende av samspelet mellan elev och lärare och relationer dem emellan. Även föräldrars medvetenhet och förmåga att förhålla sig till matematik i relationen med sina barn är faktorer i mesosystemet. I exosystemet finner vi bl.a. lärarens förståelse av taluppfattning och hur detta ska undervisas och arbetas med men också hur de nationella proven i matematik är konstruerade, massmedias bild av de nationella proven och matematikkunskaper kan också ingå i detta system. Exosystemet är i sin tur beroende av bl.a. vad och hur läroplaner och skollag är utformade, i det så kallade makrosystemet. Alla dessa system påverkar individen i mikrosystemet i olika grad beroende på individens ålder och livssituation.

4.5.2 Specifik teori - Kritiska moment i taluppfattningen enligt Sterner

I studien ingår att analysera de nationella provens uppgifter och därefter kategorisera uppgifterna utifrån vilka moment inom taluppfattningen som de relateras till. Som redogörs för i uppsatsen är det inte helt lätt att hitta en entydig definition av vad taluppfattning är (Berch, 2005). Det är dock viktigt att definiera vad som avses med ordet, taluppfattning i denna studie. Sterner (2015) har genom sin litteraturgenomgång funnit flera forskningsbelägg för att det är flera kritiska moment som ingår i taluppfattningen. Sterners (2015) kritiska moment inom taluppfattning används för att analysera och kategorisera uppgifter och elevlösningar från de nationella proven. Här ges en förklaring och sammanfattning av vad hon menar att andra forskare skriver fram som viktiga delar för att bygga en god taluppfattning. Sterner anser att dessa delar utgör kritiska moment inom taluppfattning. Under nedan rubriker vävs även in vad andra forskare menar ingår i taluppfattning relaterat till de kritiska momenten.

Räkning, räkneprinciper

Med räkning och räkneprinciper menas flera olika räkneförmågor. Aunios, (2006) avhandling visar att det finns flera olika förmågor som ligger till grund för Räkning och räkneprinciper. Dessa är *jämförelse, klassificering, en- till- en- korrespondens och seriering*. I dessa förmågor ingår att ha känsla för numeriska innebörder och relationer vilket gör det lättare för barn att organisera och jämföra antal. Barn behöver träning i att förstå och använda kardinaltalsprincipen d.v.s. att det sist uppräknade ordet svarar på frågan hur många det är. För att göra detta krävs också att barnen förstår en- till- en korrespondens vilket innebär att barnet kopplar ihop ett räkneord i räkneramsan till ett antal. Att jämföra innebär också att relatera till en- till- en- korrespondens för att förstå vad som skiljer de olika kvantiteterna åt. Seriering innebär att kunna kategorisera delar som ingår i ett visst mönster eller sammanhang. Det har visat sig att barn i förskoleåldern använder flera olika strategier för att lösa aritmetiska uppgifter. Shrager och Siegler (1998) har i sin forskning visat att den snabbaste strategin är att starta på det största talet och sedan räkna upp de antal som skall läggas till eller ökas. Författarna visar också att några barn inte räknar alls utan har automatiserat talkombinationen i sitt långtidsminne. Svårigheterna med räkning och tal hos elever är många gånger relaterade till ineffektiva strategier inom räkning (McIntosh, 2014). Även Mulligan (2011) skriver om räkning och räkneprinciper och poängterar betydelsen av att barn tidigt lär sig att räkna uppåt och nedåt och att strukturera räknandet i olika steg eller hopp exempelvis i femsteg och tiosteg. Aunio och Räsänen (2015) poängterar betydelsen av att barn behöver förstå och kunna hantera sambandet mellan antal, räkneord och matematiska symboler för att utveckla förmågan inom räkning. Sasanguie et al. (2012) uttrycker sig på liknande sätt gällande matematiska symboler och dess representationer.

Icke-verbala, verbala och symboliska ordproblem

Gersten et al. (2005) skriver att kunskap om talkombinationer har ett nära samband till förmågan att lösa ordproblem av typen: *Fia har 7 kronor och får 5 kronor till. Hur många kronor har hon nu?* Med icke verbala ordproblem menas att barnen löser uppgiften med konkreta saker. Sterner (2015) menar att förutom den första formen av ordproblem då barn löser uppgiften med konkreta föremål så finns ytterligare två former, en verbal då problemen förekommer i ett muntligt sammanhang och en symbolisk vilket innebär att problemet representeras med symboler (i detta fall siffror) till exempel $7+5$. Gersten, et al. (2005) uttrycker att orsaken till att barn kan ha svårt att lösa ordproblem av typen verbala eller symboliska har bland annat att göra med att de har svårt att göra mentala representationer av

antal när de inte har tillgång till fysiska objekt. Detta kan ha ett samband med att arbetsminnet inte är tillräckligt stort. Andra faktorer kan vara att barnet har svårt att förstå de ord som ingår i det symboliska ordproblemet eller har för lite erfarenhet av de ingående talen i uppgiften.

”Men det är viktigt att notera, att även om både språkliga förmågor och arbetsminnet är resurser som stödjer matematiskt arbete, så beror barns förtrogenhet med talkombinationer primärt på utvecklingen av number sense.” (Sternier 2015, s.21)

Talkombinationer, talmönster

Med talkombinationer menas hur de hela talen kan delas upp i mindre delar. Löwing och Kilborn (2002) menar att förmågan att kunna dela upp tal i sina olika delkombinationer är en annan kritisk aspekt för att tillägna sig en god taluppfattning. Att kunna hela tals talkombinationer är nära relaterade till att få flyt i räkningen. Här ingår också förmågan att uppfatta små antal utan att räkna dem. Det kan handla om att när barn ser två fyror på en tärning uppfattas detta direkt som åtta. En annan betydelsefull förmåga som kallas konceptuell förmåga eller begreppslik förmåga, är att genom att rytmiskt säga räkneorden *sju, åtta, nio, tio*, och då uppfatta detta som att ha räknat uppåt 4 steg. Att träna barn i dessa förmågor hjälper dem att utveckla förståelse för tal och dess delar. Om barn får arbeta med att förstå tals delar kan de snabbt komma underfund med att då $5+5$ är 10 så är $7+5=5+5+2=12$. Om barn får resonera om tals relationer bidrar det till konceptuell förståelse. En avgörande faktor för om barn ska få flyt i sin räkning och senare goda prestationer i matematik är om de kan förstå tals olika delar. Resonemang och aktiviteter som gör att barn får pröva relationer mellan och inom tal bidrar till utveckling av number sense (Gersten et al., 2005).

Kunskap om tal, tallinjen

Case och Okamoto menar (enligt Sternier, 2015) att det finns minst två former av matematik i den tidiga matematikutvecklingen. Dessa utvecklas parallellt och först när barn förstår att symboler och operationella tecken som additionstecknet och subtraktionstecknet föreställer tal och operationer med tal, förs de två formerna, global uppfattning av kvantitet och initial räkneförmåga ihop till en större struktur, en mental tallinje. Detta ger sedan barnen möjligheter till ett nytt redskap i sin matematiska utveckling. Global uppfattning av kvantitet innebär att jämförelse av begrepp sker, som exempelvis mer och mindre, längre och kortare, högre och lägre m.m. Med den initiala räkneförmågan menas att barn kan göra uppräknings av antal och svara på frågan hur många. Den mentala tallinjen kan sedan hjälpa barnet att jämföra olika tals storlek, bedöma vilka av två barn som är äldst, göra uppskattningar och använda effektiva räknestrategier samt för att nå förståelse för positionssystemet.

Positionssystemet

McIntoch (2014) menar också att det är viktigt att nå förståelse i positionssystemet för att ha förutsättningar att bygga upp en god taluppfattning. Vårt talsystem innebär att man grupperar antal i grupper för att snabbt räkna och uppfatta antal. Med bara tio siffror kan alla tal skrivas med symboler. Siffrornas plats avgör dess värde. Författaren menar att flera olika aktiviteter måste användas för att barn skall förstå positionssystemet. Aktiviteterna behöver vara av varierade art och med olika representationer som ska betona olika aspekter. Han ger några exempel som att gruppera antal i grupper om tio och sedan räkna tio i taget, representera tal längs en tallinje eller linjal där barnen får bygga talen med tiostavar och ental, skriva eller säga tal som är byggda av tiobasmaterial. Dragspelsremсор fungerar också bra för att förstärka förståelsen av positionssystemet. Här kan även hundrarutan komma väl till pass och användas som underlag för resonemang om samband, likheter och skillnader och talsorter.

5 Metod

Metodavsnittet börjar med en beskrivning och förklaring av de metoder som är valda att användas i denna undersökning. Därefter redogörs för urval och insamling av nationella prov och elevlösningar. Avsnittet följs av en beskrivning på hur analysen av nationella prov är gjord. Slutligen relateras undersökningen till de etiska aspekter som görs gällande i studien.

5.1 Val av forskningsmetod

I denna uppsats används både kvalitativ och kvantitativ ansats, så kallad mixed methods. Bryman (2011) betonar att de två metoderna inte nödvändigtvis behöver vara varandras motsatser. Han menar att metoderna istället i vissa fall kan komplettera varandra. I denna undersökning är tanken just denna, att metoderna ska komplettera varandra och användas tillsammans för att nå studiens syfte. Kvalitativ ansats har valts eftersom proven och dess elevlösningar ska analyseras djupgående för att kunna sortera in provens uppgifter och elevlösningar i olika kategorier. Kvalitativa studier används främst för att nå ett djup i tolkning och förståelse. Syftet med en kvalitativ studie kan sägas vara att få nyanserade beskrivningar av olika kvalitativa delar av det material som studeras (Kvale & Brinkmann, 2009). De olika kategorierna baseras på de fem kritiska momenten av taluppfattningen som Sterner (2015) beskriver. Den kvantitativa delen av studien härrörs till att studiens omfång är relativt stort, 62 elevers nationella prov från två år. Dessa prov innehåller i sin tur flera delprov. Men även för att kunna besvara frågeställningarna: Finns det moment som ger samband eller är dominanta inom de kritiska områdena i taluppfattning. Finns några mönster och trender i det nationella provet gällande taluppfattning? Kvantitativa studier har bakgrund i naturvetenskapen. Objektiva mätningar och observationer som är kvantifierbara är centrala för dessa studier. Förståelsen varför är inte lika central som i de kvalitativa studierna utan syftet med dessa studier är att nå en bredd och som kan gälla generellt (Stukát, 2011).

Andra metoder som skulle kunna vara lämpliga för att nå undersökningens syfte att förstå vilka svårigheter elever visar inom taluppfattning, skulle kunna vara etnografiska studier. I etnografiska studier befinner sig forskaren i barnens vardag både i skolan och på fritiden för att studera hur elever hanterar tal och får ta del av deras taluppfattningsförmåga i verkliga situationer. Etnografiska studier tar oftast lång tid att genomföra och hade med de förutsättningar som stod till förfogande inför denna undersökning inte varit möjligt att hinna med. Å andra sidan skulle flera genomtänkta och välplanerade observationer och fallstudier kunnat ge kvalitativt bra information av elevernas kunskaper inom taluppfattning. Observationer är ett tillvägagångssätt som kan ge information som andra metoder har svårt att leva upp till i precishet och spegling av verkligheten (Bell, 2000). Eftersom de nationella proven testar elevernas matematikkunskaper och dessutom ska sparas i fem år, enligt rekommendation från Skolverket och är en allmän handling efter sekretess är släppt, togs valet att använda dessa för att få fatt i de kunskaper inom taluppfattning som ett större antal elever visar på provet. Orsaken till att nationella prov har valts att analyseras är att dessa är ett material som alla klasser i Sverige gör under liknande förhållanden. Det hade blivit svårt att hitta något likvärdigt material som så många elever utför med samma uppgifter och under liknande förutsättningar.

5.2 Urval av analysenhet, uppgifter och elevlösningar

Urval av analysenhet på kommunnivå har gjorts utifrån tillgänglighetssynpunkt, aktualitet och ur bekvämlighetssynpunkt. Med bekvämlighetsurval menas att det är ett urval som skett utifrån vad som är lätt att nå för forskaren vilket innebär att urvalet är ett så kallat icke-

sannolikhetsurval (Bryman, 2011). Att det är 2012 års nationella prov och elevlösningar som valts ut beror på att dessa är de senast gjorda prov där sekretessen är släppt samt att dessa var tillgängliga, då proven i regel sparas i minst fem år inom kommunala skolor. 2011 års prov finns också med i undersökningens urval av samma anledning som ovan men också för att skapa en större bredd i uppgifternas utformning vad gäller olika taluppfattningsaspekter. Om proven och dess elevlösningar är gjorda nyligen ökar studiens intresse och relevans för lärare, pedagoger, speciallärare, specialpedagoger eftersom de brister som visade sig för ett visst antal år sedan nu kan vara korrigerade. Läraren som genomförde proven ett visst år kan nu ha arbetat med de svårigheter som läraren såg att tidigare elevgrupp visade på nationella proven vilket gör att det i dagsläget inte är de svårigheter elever visar idag.

Urval på skolnivå har skett på följande sätt: Ett utskick gjordes via e-post till sju av en kommuns rektorer som alla hade årskurs 3 år 2011 och 2012 och därmed genomfört provet. I bilaga 1 finns det brev som skickades till skolornas rektorer och som behandlade information och förfrågan. Av sju rektorer svarade tre på förfrågan och ställde sig positiva till att studiens författare fick ta del av proven och dess elevlösningar för att genomföra undersökningen. Från dessa tre skolor visade det sig vara 64 elever som på minst ett delprov inte nått kravnivån för delprovet, och därmed kvalificerade sig deras prov att vara med i undersökningen. Anledningen till att gränsen för att vara med studien gick vid om eleven inte nått kunskapskraven på minst ett delprov, beror på att en gränsdragning måste ske. Det har gjorts ett antagande om att om en elev inte klarar ett delprov kan det finnas brister inom matematiken som kan relateras till taluppfattning. Ytterligare urval har gjorts på uppgiftsnivå. Eftersom Del G i de nationella proven är en kommunikativ gruppuppgift som bedöms direkt finnas inte elevernas resonemang och lösningar sparade. Därför har inte delprov G använts i urvalet av vilka elevers prov som ska ingå i undersökningen. Författaren till studien har själv besökt skolorna och inhämtat datamaterialet. På två av skolorna har detta skett genom att ta del av klassammanställningen av resultatet för varje delprov och genom detta har identifiering av de elever som inte nått kravnivån på minst ett delprov gjorts. Kopia på de prov som kvalificerats sig för undersökningen har tagits. På en av skolorna gav administratören ut de prov där minst ett delprov inte nådde kravnivån till uppsatsens författare.

Nästa steg i urvalet har gjorts utifrån vilka uppgifter på delproven som prövar taluppfattning. Som stöd för detta urval har matematikdidaktisk forskning legat till grund (Sterners, 2015). Även det hermeneutiska begreppet god gestalt, har använts för att sortera ut vilka uppgifter som prövar taluppfattning. Med detta menas att det inte finns några logiska motsägelser till det man lyckats tolka och förstå (Kvale & Brinkmann, 2009). Analysen, av vilka uppgifter som prövar taluppfattningen, har gjorts i flera steg. Först studerades delproven från en elev mer allmänt. Nästa steg blev att analysera varje delprov i detalj med stöd från Sterners fem kritiska taluppfattningsmoment. Frågan ställdes, prövar denna uppgift kunskap om: *Räkning och räkneprinciper? Talkombinationer och talmönster? Kunskap om tal, tallinjen? Positionssystemet?* och är detta en uppgift av arten: *Icke-verbala, verbala eller symboliska ordproblem?* När detta var gjort studerades varje sådan uppgift igen för att vara säker på att den prövade någon av taluppfattningsmomenten. Sista steget var att återigen pröva de uppgifter som inte valts ut, för att försöka nå god gestalt. Under analysförfarandet har anteckningar om vilken/vilka taluppfattnings områden som prövats i uppgiften, skrivits bredvid uppgiften. Man kan vidare säga att jag använt mig av en pilotstudie genom att flera elevers prov studerades mycket noga och sedan har dessa elevers prov använts som mall i vilka uppgifter och lösningar som prövar de olika taluppfattningsaspekterna. Då förtydligades uppgiftens komplexitet eftersom eleverna kunde lösa uppgiften på olika sätt och genom att använda fler moment av taluppfattningen i sin lösningsmetod. Uppgifternas sortering i de

olika kategorierna justerades därför något. När analysen av några elevers prov var klar användes denna sortering av uppgifter mot alla elevers lösningar av uppgiften. Under arbetets gång har omtolkning och ökad förståelse av uppgifternas innehåll nåtts. Av denna anledning anser jag som nämnt tidigare att studien även har en hermeneutisk ansats. Hermeneutiken behandlar hur man söker förståelse. Inom hermeneutiken söks förståelse genom att tolka och omtolka vilket leder till att förförståelsen förändras, man talar om den hermeneutiska spiralen. Omtolkning sker när ny förståelse har nåtts och en ny snurr i spiralen kan därför ta sin början. Förr användes hermeneutik främst för att tolka religiösa texter. Idag ses den mer som en strategi för att tolka både texter och handlingar (Kvale & Brinkmann, 2009). I nästa avsnitt ges en vidare och detaljerad förklaring till hur analysen av de nationella proven gått till.

5.2.1 Beskrivning deltagare i studien

Kommunen är en relativt liten kommun i Sverige sett ur perspektivet befolkningsmängd. De tre skolorna har upptagningsområde både landsbygd och samhälle. Skolornas resultat på det nationella provet i matematik år 2011 och 2012 har alla ett lägre resultat än det nationella genomsnittet, på de flesta av provets delprov (Skolverket, 2016b). De totalt 62 eleverna som ingår i studien utgör 24 % av de tre skolornas totala antal elever i årskurs 3 år 2011 och 2012. Av de 62 eleverna var 34 pojkar och 18 elever var flickor.

5.3 Val av analysmetod och genomförande av analys

Undersökningen har byggts på en analys av de nationella proven i matematik. Därför är denna studie en dokumentanalys. Bryman (2011) menar att material som räknas till dokument är något som finns bevarat och tillgängligt och kan tolkas och analyseras. Studien är också en innehållsanalys eftersom provens uppgifter och elevers lösningar analyseras mer djupgående. Innehållsanalys innebär att en analys görs av ett visst dokument där en kvantifiering sker av innehållet utifrån i förväg utformade kategorier (Bryman, 2011). Uppsatsen har ett deduktivt perspektiv eftersom analysen görs på ett hypotetiskt ställningstagande utifrån Sterners (2015) beskrivna kritiska moment inom taluppfattning.

När urvalet av vilken/vilka aspekter av taluppfattningen som varje uppgift består av, har elevernas lösningar analyserats noga. Det gick till rent praktiskt på följande sätt: Elevernas prov numrerades 1-62 för att inte använda elevernas namn i uppsatsen och lätt kunna gå tillbaka i materialet. Om eleven var en flicka sattes F framför elevens nummer och ett P sattes framför numret om eleven var en pojke. Även skolans namn har figurerats och de tre skolorna har fått beteckningen A, B eller C. De fem taluppfattningsmomenten skrevs på ett papper. Det bildade fem kolumner utifrån kategorierna: Räkning, räkneprinciper; Symboliska ordproblem Talkombinationer, talmönster; Kunskap om tal, tallinjen; Positionssystem. Här följer en beskrivning av hur olika uppgifter sorterades i detalj. Till kategorin Räkning, räkneprinciper sorterades uppgifter som var i talområdet 20 och uppåt, samt multiplikations- och divisionsuppgifter. Till kategorin Symboliska ordproblem fördes uppgifter där eleven behövde förstå en text och begrepp för att lösa uppgiften. Uppgifter där kunskaper om ett tal var udda eller jämt och att läsa av tal på tallinje sorterades till Kunskap om tal, tallinje. En svårbedömd del var vilka uppgifter som innebär förståelse för talkombinationer. Beslutet blev att talkombinationer i addition och subtraktion i talområdet 0-20 innefattar talkombinationer exempelvis 17-5. Anledningen till detta var att flera forskare (Bentley, 2012; Gersten et al. 2005) belyst betydelsen av att kunna dela upp tal i mindre delar och att memorera talfakta för utvecklingen av taluppfattning. Till kategorin talkombinationer, talmönster sorterades även uppgifter där eleven skulle använda sig av eller förstå talmönster. Uppgifter som sorterades till Positionssystem var uppgifter där eleven behövde förstå siffrornas inbördes värde i ett tal.

För varje uppgift och dess elevlösning sattes sedan ett streck för varje moment som eleven visade svårighet inom i den aktuella uppgiften. Med svårighet menas om eleven inte lyckats lösa uppgiften korrekt. I några uppgifter ingick flera moment. Det var framförallt ordproblemsuppgifter som kunde bestå av både Räkning, räkneprinciper och Positionssystem. I dessa fall analyserades elevens lösning mycket noga för att tolka vilket eller vilka moment som eleven visade sig ha svårigheter med. Om en elev inte hade löst eller skrivit något alls på uppgiften sattes ett streck i kolumnen för alla de aspekter av taluppfattningen som det kunde röra sig om. Det samma gällde om det inte gick att förstå utifrån elevens lösning vilken eller vilka taluppfattningsmoment som eleven hade svårighet inom. Denna sortering fördes sedan in i en tabell med rubrikerna: Räkning och räkneprinciper; Symboliska ordproblem; Talkombinationer, talmönster; Kunskap om tal, tallinjen; Positionssystemet; År; Kön; Skola. Analysen har också skett med hjälp av Statistikprogrammet, SPSS (Djurfeldt, Larsson & Stjärnhagen, 2014).

5.4 Studiens tillförlitlighet och generaliserbarhet

Det går alltid att diskutera en undersöknings pålitlighet och en eller flera metoders tillförlitlighet. Inom vetenskapliga studier talar man i dessa sammanhang om begreppen reliabilitet och validitet. Validitet kan förklaras som om undersökningen verkligen mäter det den utger sig för att mäta. För att försöka vidhålla god validitet har sortering av uppgifter och elevers lösningar gjorts två gånger med liknande resultat. Reliabilitet behandlar om huruvida mätningen är stabil och pålitlig och hur bra mätinstrumentet lämpar sig för att mäta det som studien ska mäta. På detta sätt påverkas även studiens validitet av dess reliabilitet. Om inte mätinstrumentet mäter det som avses så påverkas naturligtvis validiteten. Dessa begrepp går därför i vissa avseenden i varandra. I begreppet reliabilitet ingår hur noggrant man kan mäta eller testa med den använda metoden (Stukát, 2011). Bryman (2011) redogör för delbegreppet intern reliabilitet som kan beskrivas som replikerbarhet. Det betyder att studien ska gå att göra om med ett liknande resultat. I detta fall finns de nationella proven tillgängliga för andra eftersom de är dokument som bör sparas minst fem år. Validitet och reliabilitet är inte helt lätta att göra en tydlig distinktion mellan utan de kan i vissa avseenden gå in i varandra och påverka varandra (Bryman, 2011). För att försöka upprätthålla god reliabilitet i studien har analysförfarandet noga beskrivits. Ställningstaganden och val har försökts förklaras och motiverats noggrant och tydligt. En pilotstudie av flera prov för årskurs 3 från vart och ett av åren 2011 och 2012 gjordes för att öka chanserna till att alla prov som ingick i studien analyserades efter samma princip. Ytterligare arbete som har gjorts för att öka reliabiliteten är att använda forskningsbelagda kategorier d.v.s. Sterners kritiska moment inom taluppfattning. Arbete för att stärka undersökningens tillförlitlighet har gjorts genom att precisera i syftet att det inte är elevernas faktiska och egentliga taluppfattning som prövas utan den taluppfattning eleverna visar på provet. Även studiens generaliserbarhet påverkar studiens tillförlitlighet. Kvale och Brinkmann (2009) hävdar att generaliserbarheten i sin tur påverkas av hur urvalet gjorts. Val av kommun har skett utifrån ett s.k. bekvämlighetsurval, vilket bidrar till att generaliserbarheten sjunker. Antalet elevers prov är relativt litet. I denna studie har de elevers prov som inte nådde kravnivån på minst ett delprov valt ut. Ytterligare urval har gjorts på uppgiftsnivå.

5.5 Etiska aspekter

Intentionen har varit att följa Vetenskapsrådets (2011) principer. Kvale och Brinkmann (2009) skriver att man ska informera undersökningspersonerna om syftet med studien samt att undersökningspersonerna ska få välja deltagande eller inte. De nationella proven och elevens lösningar är en allmän handling enligt Skolverket (2015a) och därför har inte varken eleverna

eller dess föräldrar informerats. Däremot har förfrågan gjorts hos skolornas respektive rektor för att få *medgivande och samtycke* till att proven och dess elevlösningar får ingå i studien. Detta för att rektor ska ges möjlighet att ta beslut om någon del behöver skyddas av sekretess. Skolverket skriver följande på sin hemsida. ”Nationella prov och de elevlösningar som hör till proven är allmänna handlingar i kommunala och statliga skolor. Allmänna handlingar ska som regel bevaras. Kommuner ska följa arkivlagen och kan med stöd av denna lag, under vissa förutsättningar, fatta beslut om att gallra handlingar.” (Skolverket, 2015a).

I informationsbrevet till rektor, se bilaga 1, har det framgått vad syftet med studien är och hur elevuppgifter kommer hanteras och användas under och efter studiens genomförande. Materialet d.v.s. de nationella proven, elevernas resultat och elevlösningar har anonymiserats. Kvale och Brinkmann (2009) skriver om *konfidentialitet* och *anonymitet* och att man ska förhindra att uppgifter som kan häröras till person, uppkommer, genom att anonymisera namnen. Detta har skett och anonymiseringsuppgifterna har förvarats på ett säkert ställe. Ytterligare en av Vetenskapsrådets fyra principer är *nyttjandekravet* som uppsatsen ska relateras till. Av denna anledning har proven och dess elevlösningar bara används i studiens syfte och inte för några andra ändamål. I arbetet med uppsatsen har tanken varit att de skolenheter som jag använder mig av för min undersökning, inte ska vara identifierbara i arbetet eller i uppsatsen. I dokumentationstext är avsikten att det inte ska gå att peka ut någon enskild person eller enhet så att det går att härleda detta till en fysisk person som kan lida men av resultatet eller diskussionen i uppsatsen.

6 Resultat och Analys

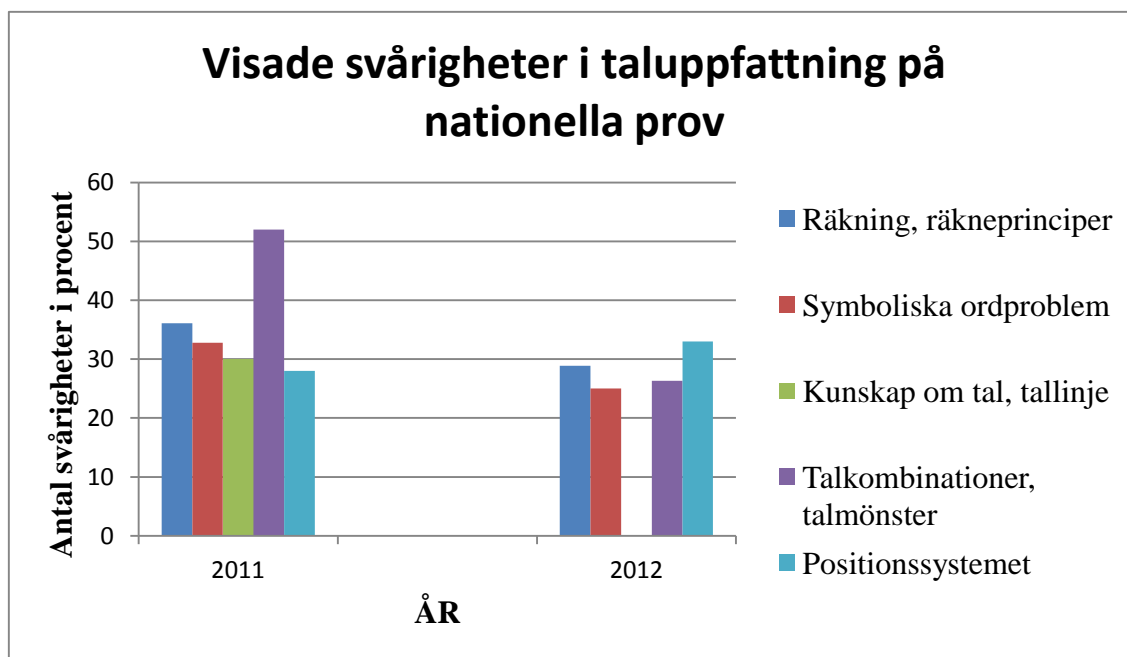
Resultatet presenteras utifrån frågeställningarna i syftet. De olika avsnittsrubrikerna behandlar alla olika frågeställningar i syftet. Först görs en beskrivning av hur många uppgifter det totalt fanns på de sex delproven i relation till antalet uppgifter inom taluppfattning. Därefter beskrivs kommunen och de skolor vilka elevernas nationella prov som ingår i studien är hämtade ifrån, på ett övergripande plan. Sedan presenteras vilka specifika svårigheter eleverna visar inom de kritiska momenten i taluppfattningen. Under nästkommande rubriker ges en djupare beskrivning av elevernas visade svårigheter i respektive moment. Därefter presenteras samband mellan de olika momenten. Avslutningsvis redovisas resultat över vilka trender och mönster som kunde ses mellan de två olika årens nationella prov gällande taluppfattning. I resultatet används begreppet svårigheter. Med detta menas en elevs svårigheter att lösa en uppgift så att den kommer fram till ett korrekt svar. Om en elev visar fem svårigheter inom momentet Talkombinationer, talmönster betyder det att eleven inte lyckats lösa fem uppgifter korrekt där momentet Talkombinationer, talmönster ingår.

6.1 Uppgifter relaterade till taluppfattning

I studien ingick att analysera det nationella provet utifrån de fem kritiska momenten inom taluppfattning. Det noterades hur många uppgifter de sex delproven, vilka ingick i studien, innehöll totalt. 2011 års prov innehöll 68 uppgifter några fördelade på a, b, c och d uppgifter. Av dessa var 55 uppgifter relaterade till taluppfattning enligt denna studies teori och sätt att analysera. Det betyder att 81 % av uppgifterna i provet innehöll någon av de kritiska taluppfattnings momenten. I 2012 års prov fanns det 61 uppgifter totalt på delproven. Av dessa uppgifter innehöll några även a, b, c och d uppgifter. 44 uppgifter kunde kopplas till taluppfattning och de fem kritiska momenten vilket innebär att 72 % av uppgifterna 2012 var uppgifter inom taluppfattning, enligt denna studies sätt att analysera.

6.2 Specifika svårigheter inom taluppfattning

Av de fem kritiska momenten inom taluppfattning visar eleverna som gjort det nationella provet 2011 störst problem med talkombinationer, talmönster. År 2012 visar eleverna störst svårigheter med positionssystemet. I diagrammet kan man utläsa hur stora svårigheter eleverna i studien hade inom de olika kritiska momenten. Det betyder att av det totala antalet uppgifter, som var relaterade till den speciella kategorin, visar eleverna ett aritmetiskt medelvärde enligt diagrammet nedan.



Figur 6.3.1 Antal svårigheter i % i de olika momenten på det nationella provet under olika år. N=62

Eleverna har näst intill lika stora svårigheter de båda åren med undantag från Talkombinationer, talmönster på 2011 års prov där eleverna visar svårigheter på ca 50 % av de uppgifter som innehåller Talkombinationer, talmönster. Ett annat moment som eleverna visar stora svårigheter i, på 2011 års prov är inom räkning, räknepprinciper. Av de uppgifter där momentet Räkning, räknepprinciper ingår har eleverna svårigheter på ca 1/3 av uppgifterna. I 2012 års prov utmärker sig de svårigheter eleverna visar inom Positionssystemet.

Av stapeldiagrammet går också att utläsa att eleverna som gjorde 2012 års prov visar att de har ungefär lika stora svårigheter inom alla de olika kritiska taluppfattningsmomenten som finns med i provet. I 2011 års prov är skillnaden mellan svårigheter, inom de två kategorierna eleverna visar flest antal svårigheter inom och den kategori som eleverna visar färst svårigheter inom, nästan 24 %. Svårigheter inom Talkombinationer, talmönster är därmed nästan dubbelt så vanligt som svårigheterna inom Positionssystem samma år. Generellt går att se att eleverna har svårigheter på ca en av tre uppgifter som kopplas till de kritiska momenten inom taluppfattning, undantaget Talkombinationer, talmönster år 2011. Diagrammet visar även att svårigheter i taluppfattning tenderar att vara något större 2011 än 2012. I 2012 års prov prövades inte momentet Kunskap om tal, tallinje på det nationella provet.

I frekvenstabellen nedan kan utläsas hur stor variationen är mellan elevers svårigheter inom varje moment. De flesta elever har svårigheter på ungefär 30 % av de uppgifter som är relaterade till något av de kritiska momenten i taluppfattning. Talkombinationer, talmönster år 2011 utmärker sig där flera elever har fler svårigheter. Dock varierar svårigheterna från 0-100 % i de olika momenten.

Tabell 6.3.1

Hur många elever som visar ett visst antal svårigheter inom de olika kritiska momenten i % i en frekvenstabell.

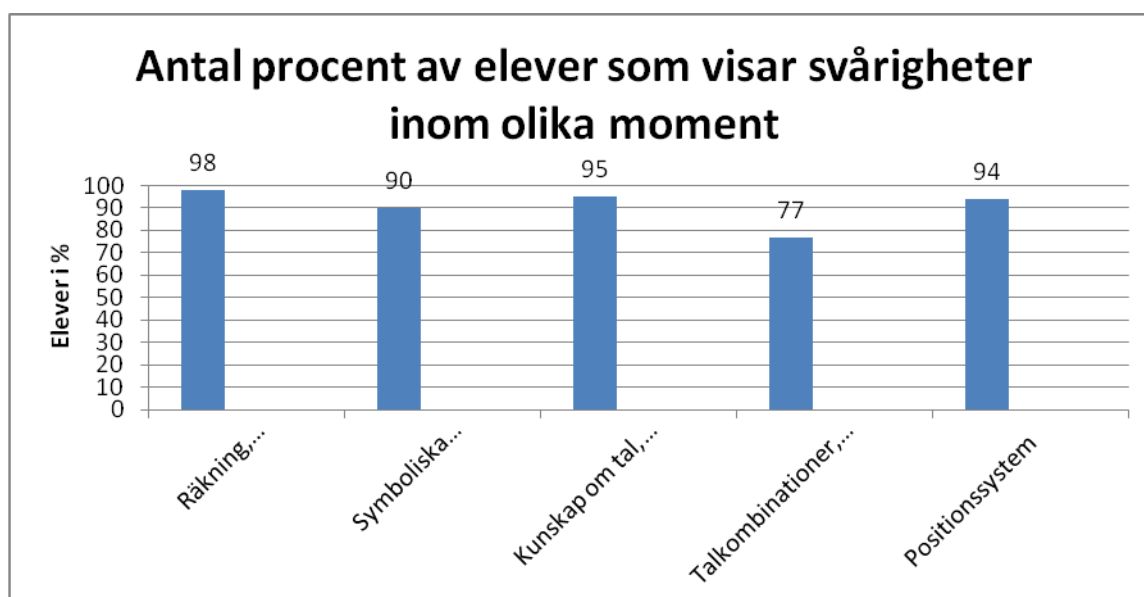
Räkning, räkneprinciper		Symboliska ordproblem		Kunskap om tal, tallinje		Talkombinationer, talmönster		Positionssystem	
2011 *30	2012 * 28	2011 * 12	2012 *17	2011 *8	2012 *0	2011 *6	2012 *12	2011 *19	2012 *8
S%	N	S%	N	S%	N	S%	N	S%	N
3	1	0	1	0	2	0	4	0	3
17	1	7	1	17	3	4	1	13	2
20	2	11	3	25	4	5	1	25	5
23	1	14	3	33	2	6	4	38	4
27	3	18	7	42	1	12	4	63	2
30	1	21	8	50	2	18	9	75	1
33	3	25	4	58	1	24	7		
37	1	29	2	67	1	25	2		
57	1	32	1	75	1	29	1		
67	1	36	4			33	2		
80	2	39	2			35	2		
		43	1			41	4		
		46	1			47	1		
		50	3			53	2		
		54	1			58	1		
		57	1						
		64	1						
		100	1						

*S%= antal svårigheter i procent, N = frekvens (antal elever), *=Antal uppgifter som relaterades till respektive moment.*

Eleverna 2011 har som tidigare visat allra svårast för talkombinationer, talmönster. 9 barn visar svårigheter på mellan 50-83 % av uppgifterna relaterade till Talkombinationer, talmönster. Två elever har svårigheter med alla uppgifter där talkombinationer, talmönster förekommer. Detta skiljer sig från de andra taluppfattningsmomenten där inga andra moment visat sig så svåra. Av tabellen går vidare att exempelvis utläsa att det är en elev 2011 som har svårt med 3 % av uppgifterna som relateras till Räkning, räkneprinciper. År 2012 är det en elev som har svårighet med alla uppgifter där momentet Räkning, räkneprinciper ingår.

6.2.1 Svårigheter inom respektive moment

Hur ser det då ut inom respektive kategori? Hur väl klarar barnen de olika kritiska momenten? I diagrammet nedan har alla elevernas svårigheter sammanställts inom respektive kritiska moment i taluppfattningen.



Figur 6.3.2 Antal elever i % som visar svårigheter inom respektive moment. $N=62$

Diagrammet visar exempelvis att 98 % av eleverna har någon svårighet inom Räkning, räkneprinciper på det nationella provet. 77 % av eleverna visar någon svårighet inom Talkombinationer, talmönster. Detta betyder att nästan 1/4 av eleverna inte har några svårigheter alls med talkombinationer, talmönster men att de elever som visar svårigheter visar mycket stora svårigheter. Med stöd i figur 6.3.1 och 6.3.2 kan utläsas att 90 % av eleverna har svårigheter i momentet Symboliska ordproblem. De har svårigheter på ungefär en av tre uppgifter och detta beror på problem med att förstå och tolka begrepp och uppgiftens kontext.

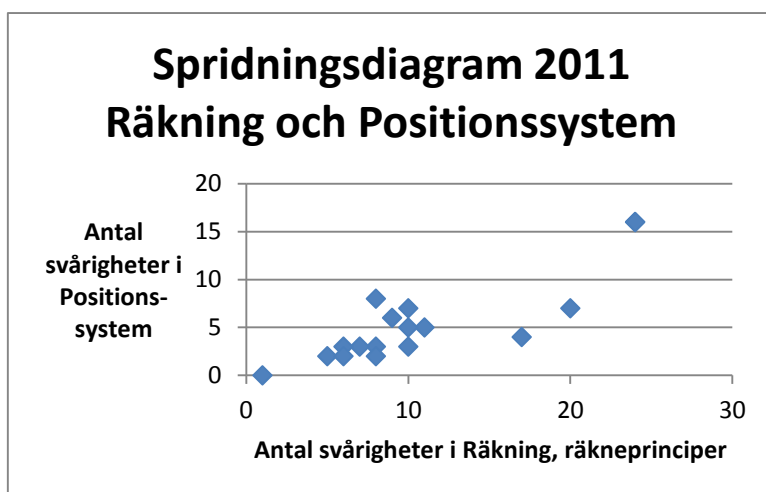
6.3 Samband mellan moment inom taluppfattning

Finns det något kritiskt moment inom taluppfattningen som är extra betydelsefullt för hur svårt eleverna har för andra kritiska moment inom taluppfattningen? För att besvara frågan har spridningsdiagram konstruerats och Pearsons korrelationskoefficient r räknats ut för att ta reda på hur starkt det eventuella sambandet i så fall är. Pearsons korrelationskoefficient r är ett mått på samband mellan två variabler.

Det visade sig att det föreligger ett linjärt positivt samband mellan alla de olika kritiska momenten. Det betyder att ju mer svårigheter en elev visar inom ett kritiskt moment inom taluppfattningen desto mer svårigheter visar eleven på andra kritiska moment i taluppfattning. Kommande spridningsdiagram visar de starkaste sambanden för de två olika åren.

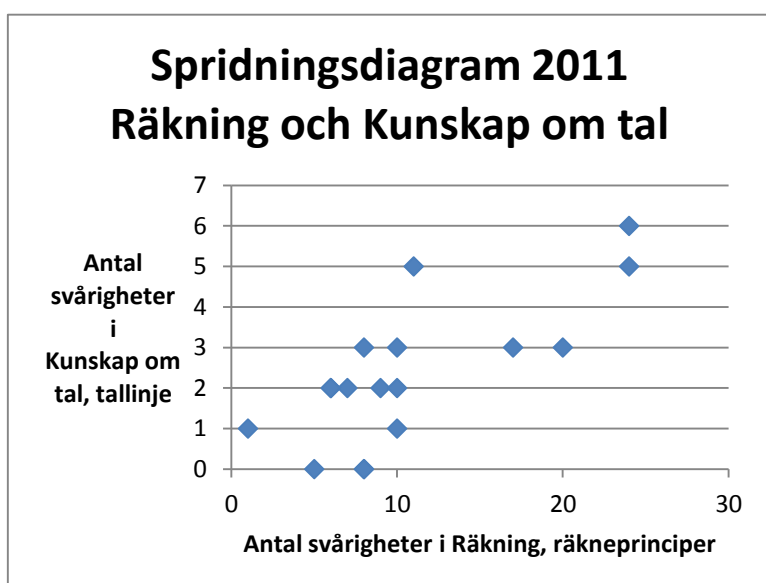
Av spridningsdiagrammet kan man utläsa att det finns en tendens till samband mellan Räkning, räkneprinciper och positionssystemet, eftersom punkterna fördelar sig i en ungerfärlig tänkt linje i diagrammet. För att ta reda på hur starkt sambandet är har Pearsons korrelationskoefficient bestämts till $r = 0,852$, $p = 0,01$ vilket tolkas enligt praxis till ett mycket starkt samband. Detta innebär att det finns ett mycket starkt samband mellan svårigheter inom momentet Räkning och svårigheter inom momentet Positionssystem. Elever som visar många svårigheter inom Räkning visar också många svårigheter i momentet Positionssystemet. Värdet för p är ett mått på signifikansnivån. Om signifikansen överstiger, i detta fall 0,01, är sambandet inte signifikant men om däremot p -värdet är under 0,01 betyder

det att det är 1 % sannolikhet att sambandet inte gäller utan förklaras av slumpen. (Stukat, 2011). För Räkning, räkneprinciper och Positionssystemet 2011 är sambandet signifikant.



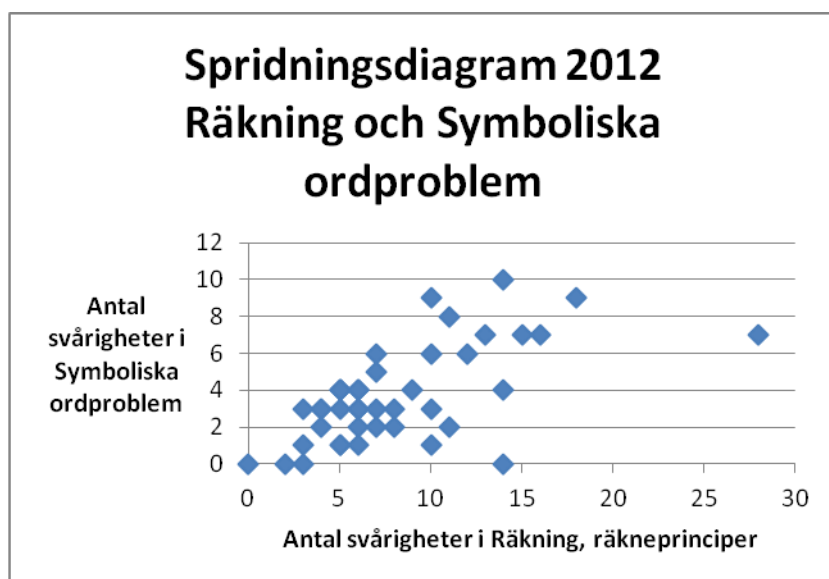
Figur 6.4.1 Spridningsdiagram. Pearsons korrelationskoefficient r ($r = 0,852$) mellan Räkning och Positionssystem, $N=17$

Av diagrammet nedan kan utläsas att ett linjärt positivt samband förekommer mellan Räkning och Kunskap om tal. Pearsons korrelationskoefficient r har räknats ut till $r = 0,744$, $p = 0,01$. Därmed sägs sambandet mellan Räkning, räkneprinciper och kunskap om tal, tallinje detta år ha ett ganska starkt positivt samband. Det innebär att ju fler svårigheter en elev visar inom Räkning, räkneprinciper desto fler svårigheter visar eleven inom Kunskap om tal, tallinje. Signifikansnivån $p = 0,01$. Det betyder att sannolikheten att resultatet för Pearsons korrelationskoefficient skulle bero på slumpen bara är 1 %. Sambandet mellan Räkning och Kunskap om tal är signifikant. Det är 17 elevers resultat som ingår i undersökningen från nationella provet 2011.



Figur 6.4.2 Spridningsdiagram. Pearsons korrelationskoefficient r ($r = 0,744$) mellan Räkning och Kunskap om tal, $N=17$

För 2012 är dominansen den samma för Räkning, räkneprinciper och Symboliska ordproblem. Räkning, räkneprinciper och Symboliska ordproblem har ett positivt samband. Dock är det positiva sambandet något svagare. Pearsons korrelationskoefficient r bestämdes till $r = 0,622$, $p = 0,01$ och bedöms därför som ganska starkt och signifikant. Elever som visar stora svårigheter med moment Räkning, räkneprinciper på det nationella provet visar också stora svårigheter inom momentet Symboliska ordproblem på det nationella provet i matematik. Det föreligger statistisk signifikans för sambandet. Sannolikheten att resultatet för Pearsons korrelationskoefficient skulle bero på slumpen är bara 1 %.



Figur 6.4.3 Spridningsdiagram. Pearsons korrelationskoefficient r ($r = 0,622$) mellan räkning och Symboliska ordproblem, $N=45$

Då det visat sig finnas flera positiva linjära samband mellan flera av de kritiska momenten inom taluppfattning, har Pearsons korrelationskoefficient r räknats ut för alla momenten inom taluppfattning och i tabellen nedan redovisas information om samband för respektive år. I tabellerna har de samband som är ganska starka det vill säga där Pearsons korrelationskoefficient r är mellan (0,51- 0,75) och mycket starka (0,76 -1,00) **fetmarkerats**. Korrelationskoefficienten r mellan 0,00- 0,25 har inga till mycket svaga samband. För korrelationskoefficient r i intervallet 0,26- 0,50 anses sambandet vara ganska starkt (Stukát, 2011).

För 2011 är övervägande delen av sambanden ganska starka till mycket starka. Räkning, räkneprinciper och Kunskap om tal, tallinje har det starkaste positiva sambanden i alla kategorier. Alla samband är signifikanta förutom sambandet mellan Symboliska ordproblem och Talkombinationer, talmönster. För sambandet mellan Symboliska ordproblem och Positionssystemet samt sambandet för talkombinationer, talmönster och Positionssystemet är sannolikheten mindre än 5 % att slumpen ska ha inverkat på resultatet. För övriga signifikanta samband är sannolikheten mindre än 1 % att slumpen ska ha inverkat på resultatet för Pearsons korrelationskoefficient r . Av detta kan slutsatsen dras att det är stor sannolikhet att de resultat som presenteras stämmer och alltså inte beror på att slumpen har inverkat.

Tabell 6.4.1

Pearsons korrelationskoefficient för respektive samband mellan de olika kritiska momenten

ÅR 2011 <i>r</i>	1.	2.	3.	4.
1. Räkning, räkneprinciper				
2. Symboliska ordproblem	,607*			
3. Kunskap om tal, tallinje	,744*	,635*		
4. Talkombinationer, talmönster	,673*	,264	,616*	
5. Positionssystem	,852*	,506**	,608*	,513**

*= p . 0.01, ** = p . 0.05

I 2012 års prov finns, i motsats till 2011 års samband, få kritiska moment där Pearsons korrelationskoefficient r är nära 1. Korrelationskoefficienterna är positiva men det förekommer flera samband där det är i princip nollsamband och ganska svaga samband. Det innebär att i 2012 års prov finns inte så tydliga samband mellan att stora svårigheter inom ett moment ger stora svårigheter inom ett annat moment eller tvärtom få svårigheter inom ett moment ger inte lika stor sannolikhet till få svårigheter inom ett annat moment. Observera att i 2012 års prov fanns inga uppgifter som kunde härröras till det kritiska momentet Kunskap om tal, tallinje som visade ge starka samband mellan andra kritiska moment i taluppfattningen i 2011 års nationella prov. Signifikanta samband återfinns bara mellan de tre starkaste sambanden. Det är 1 % sannolikhet att resultat kan bero på slumpen.

Tabell 6.4.2

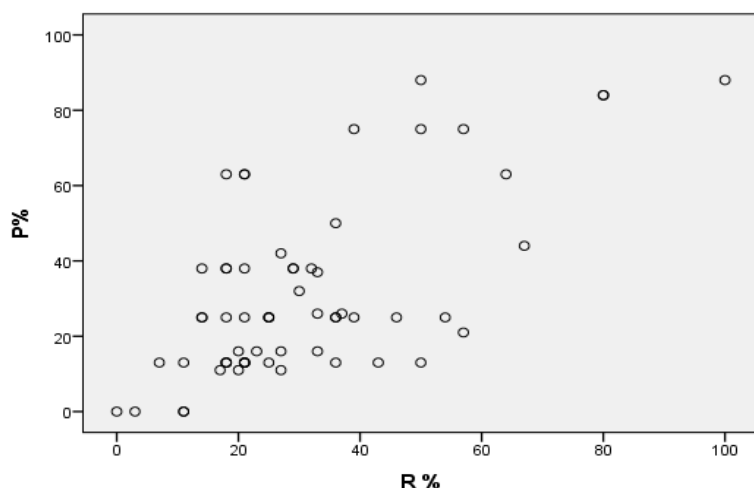
Pearsons korrelationskoefficient för respektive samband mellan de olika kritiska momenten

ÅR 2012 <i>r</i>	1.	2.	3.
1. Räkning, räkneprinciper			
2. Symboliska ordproblem	,622*		
3. Talkombinationer, talmönster	,095	,163	
4. Positionssystem	,571*	,496*	,052

*= p . 0.01

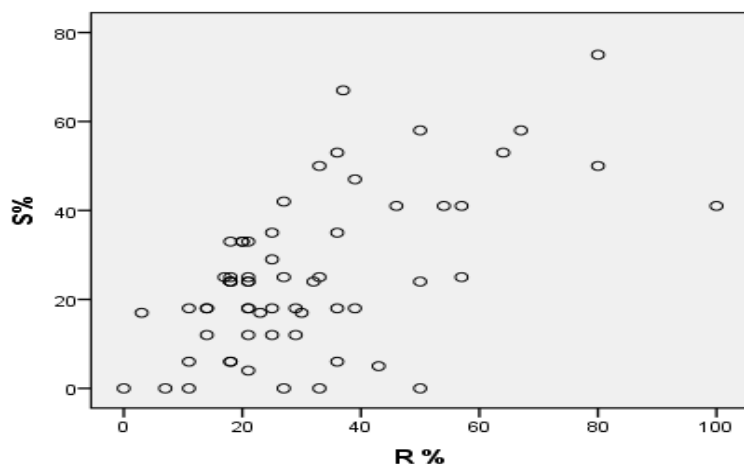
Det kan vara intressant att se på sambandet för båda åren tillsammans mellan de moment som visat sig ge de starkaste sambanden 2011 och eller 2012.

För åren 2011 och 2012 tillsammans presenteras ett spridningsdiagram som visar ett positivt samband mellan räkning och positionssystem. Pearsons korrelationskoefficient $r = 0,66$, $p = 0,01$. Det visar att det finns ett ganska starkt positivt samband vilket innebär att det finns ett ganska starkt samband mellan stora svårigheter inom Räkning och stora svårigheter inom Positionssystemet. Vi kan också se att en elev som inte har så många svårigheter inom momentet Räkning inte heller har så många svårigheter inom Positionssystemet. I diagrammet nedan visas spridningen. Signifikansnivån p är 0,01 vilket betyder att det är 1 % sannolikhet att slumpen har inverkat.



Figur 6.4.4 Spridningsdiagram. Pearsons korrelationskoefficient r ($r = 0,656$) mellan Räkning, räkneprinciper (R) och Positionssystem (P), $N=62$

Pearsons korrelationskoefficient r för sambandet mellan Räkning och symboliska ordproblem för både år 2011 och 2012 är även det ganska starkt, $r = 0,589$, $p = 0,01$. Detta betyder att en elev som har stora svårigheter inom Räkning också har stora svårigheter på uppgifter där Symboliska ordproblem ingår, likväl som att elever som visar få svårigheter inom Räkning också visar få svårigheter inom momentet Symboliska ordproblem. Sannolikheten att detta resultat skulle vara beroende av slumpen är 1 %. Spridningsdiagrammet nedan illustrerar detta.



Figur 6.4.5 Spridningsdiagram. Pearsons korrelationskoefficient r ($r = 0,589$) mellan Räkning, räkneprinciper (R) och Symboliska ordproblem (S), $N=62$

Sammanfattningsvis kan sägas att det visade sig att korrelationen mellan Räkning, räkneprinciper och Positionssystem för 2011 var mycket starkt, $r = 0,852$, $p = 0,01$. För år 2012 var sambandet mellan samma jämförelsekategorier ganska starkt, $r = 0,571$, $p = 0,01$. Generellt gäller att sambandet i 2011 års prov är ganska starka till mycket starka mellan de flesta av de fem kritiska momenten i taluppfattning. Endast korrelationen mellan Symboliska ordproblem och Talkombinationer har ett ganska svagt samband.

I 2012 års prov har två av fem korrelationer ganska starka samband medan övriga har svaga till inga samband. Pearsons korrelationskoefficient r för de båda åren tillsammans visar $r = 0,589$, $p = 0,01$ för Räkning, räkneprinciper och Symboliska ordproblem. Mellan Räkning, räkneprinciper och Positionssystemet finns ett ganska starkt positivt samband, $r = 0,656$, $p = 0,01$ i den undersöka gruppen.

Avslutningsvis kan förtydligas att det inom de kritiska taluppfattningsmomenten är positiva samband för de elever som gjorde provet 2011 och de ganska starka och starka sambanden är signifikanta. Elevernas resultat i studien skulle därmed detta år kunna förutsägas generellt eftersom en elev som har stora svårigheter inom Kunskap om tal även har stora svårigheter på de övriga momenten. En elev som har få svårigheter inom Positionssystemet har även få svårigheter i momentet Räkning, räkneprinciper; Symboliska ordproblem och Kunskap om tal, tallinje. Momentet Talkombinationer, talmönster verkar inte indikera ett samband med de övriga kritiska taluppfattningsmomenten för 2012 och de båda åren tillsammans. Även 2011 har Talkombinationer, talmönster och Symboliska ordproblem ett mycket svagt samband. Sambandet mellan Talkombinationer, talmönster och någon annan av de kritiska momenten inom taluppfattning på 2012 års prov ger alla nollsamband och är inte signifikanta.

6.4 Trender i de nationella proven gällande elevers taluppfattning

Det kan vara intressant att titta närmare på de uppgifter som relateras till talkombinationer eftersom det momentet är allra svårast för eleverna 2011. Skiljer sig uppgifterna som relaterar till Talkombinationer, talmönster åt för 2011 års och 2012 års prov? I 2011 års prov finns 6 uppgifter som enligt denna analysmetod och kategorisering hör till talkombinationer, talmönster. Uppgifterna är alla av liknande art där eleverna ska kunna sätta in rätt tal för att likheten ska stämma. Här presenteras några av dem: $7+9 = \underline{\quad}$, $15 = \underline{\quad} + 8$, $16 - 8 = \underline{\quad}$ och $12 = \underline{\quad} - 5$.

Delprov D innehåller en sida där alla sex uppgifter som relateras till talkombinationer, uppgifter finns. Uppgifter inom momentet Räkning, räkneprinciper finns också på denna sida. På denna sida finns totalt 18 uppgifter fördelade i två kolumner vilka täcker hela sidan. Det är blandade uppgifter i alla de fyra räknesätten där eleven inte behöver beskriva hur de löst uppgiften utan bara lösa och skriva svar till uppgiften. Flera barn har endast löst enstaka uppgifter. Någon har kryssat sidan.

I 2012 års prov finns det dubbelt så många uppgifter som relateras till talkombinationer och talmönster än i 2011 års prov. Fem av dessa uppgifter liknar de uppgifter som finns i 2011 års prov. Några av dem ges exempel på här. $17 - \underline{\quad} = 10$, $16 - 8 = \underline{\quad}$, $15 = \underline{\quad} + 8$. Övriga uppgifter som kopplas till Talkombinationer, talmönster handlar om talmönster. I provet visas en maskin där man kan mata in tal. Ur maskinen kommer då ut ett annat tal. Eleverna får tre bilder på hur Nova stoppar in tre olika tal och ut kommer då andra tal. De tal Nova stoppar in

och får ut är: 12 in i maskinen och 6 ut ur maskinen. 8 in i maskinen och 4 ut i maskinen. I sista uppgiften stoppar Nova in talet 10 och elever uppmanas skriva vilket tal som kommer ut med stöd i det eleven fått reda på i det tidigare beskrivna. Sedan ska eleven förklara vad som händer i Novas maskin. Det finns totalt tre sådana här uppgifter, där tal stoppas in och eleven ska med härledning från två tidigare tal som stoppas in lista ut vilket tal som kommer ut ur maskinen. De två resterande uppgifterna inom Talkombinationer, talmönster innebär att eleverna ska sätta in de tal som fattas i ett talmönster. Slutligen ska eleven förklara varför just de talen fattas i mönstret.

Vid en djupare analys av hur väl eleverna i 2012 års prov klarar de uppgifter som rör talkombinationer likt dem i 2011 års prov, ses att eleverna år 2012 klarar dessa uppgifter väl. De allra flesta barnen löser alla uppgifter korrekt. 14 barn av 45 har bara svårigheter med en uppgift och några få barn har svårighet med på 2 till 3 av uppgifterna.

En annan intressant iakttagelse med koppling till taluppfattning gäller hur väl eleverna klarar uppgiften 101-99. Denna uppgift finns med i båda årens prov. Eleverna behöver inte visa hur de löst uppgiften utan ska bara lösa den. Även uppgifter av typen $97-73=$ och $60-46=$ finns med i båda årens prov. För 2011 års prov innehåller ett delprov tio uppgifter som liknar $97-73=$ och $60-46=$. I 2012 års prov finns sju liknade uppgifter men dessa förekommer då som Symboliska ordproblem. Alla dessa uppgifter finns även de i ett och samma delprov utan att några andra slag av uppgifter finns med i delprovet. Eleverna uppmanas visa hur de löser uppgiften. I korstabellen nedan är resultatet presenterat.

Tabell 6.5.1

Jämförelse mellan lösningsfrekvens och lösningsmetod

	Antal elever som använder metoden uppställning	Antal elever som använder metoderna huvudräkningsstrategier /talsortsräkning	Antal elever som använder både uppställning och huvudräkningsstrategier/ talsortsräkning
Antal elever som löst 101-99 korrekt	8	23	4
Antal elever som inte löst 101-99 korrekt	8	15	3

$N=61$.

16 elever ställer generellt upp uppgifter av typen, $97-73=$ i en algoritm. Av dessa barn är det hälften som klarar uppgiften $101-99=$. Ungefär tvåtredjedelar av eleverna använder inte uppställning utan någon huvudräkningsstrategi som exempelvis talsortsräkning. Av dessa barn har en större andel, 61 % av eleverna korrekt svar på uppgiften, $101-99=$.

Sju elever anpassar sin metod efter olika uppgifter. För att lösa vissa uppgifter används uppställning och på andra använder eleverna någon huvudräkningsmetod. Dessa barn använder uppställning vid subtraktion med tiotalövergång exempelvis i uppgiften, $60-24 = \underline{\hspace{2cm}}$. I de uppgifter som där inte detta sker använder eleverna någon slags huvudräkningsstrategi. Av dessa sju elever som anpassar sin uträkningsmetod efter uppgiften så är det nästan 60 % av eleverna som löser uppgiften, $101-99 = \underline{\hspace{2cm}}$ korrekt.

Vilken metod eleverna använder sig av varierar kraftigt mellan de tre skolorna. Det är hela 76 % av elever från A skolan som endast använder någon huvudräkningsstrategi/ talsortsräkning. Av dessa klarar 73 % uppgiften, $101-99 = \underline{\hspace{2cm}}$. Medan de andra skolornas elever fördelar sig ungefär lika på uppställning eller huvudräkningsstrategi. De elever från A-skolan som använder någon huvudräkningsstrategi på uppgifter exempelvis $96-73 = \underline{\hspace{2cm}}$ och $60-64 = \underline{\hspace{2cm}}$ löser uppgiften, $101-99 = \underline{\hspace{2cm}}$ korrekt i större utsträckning än de elever som ställer upp.

I djupanalysen av hur eleverna löst uppgifter av typen, $96-73 = \underline{\hspace{2cm}}$ eller $60-46 = \underline{\hspace{2cm}}$ oavsett om de förekommer i ett ordproblem eller inte upptäcktes att eleverna på A skolan försöker lösa uppgifterna med olika huvudräkningsstrategier. Några försöker visa att de räknar uppåt från minsta talet till det största för att få skillnaden mellan talen. Andra försöker visa hur de använder talsortsräkning. Ytterligare en annan metod är att de "hoppa" på de tiotal som 30, 40, 50 o.s.v. och sedan räknar resterande ental. Men eleverna har svårigheter med att visa hur de löser uppgifterna skriftligt.

6.5 Sammanfattning av resultat

Eleverna 2011 visar svårast för uppgifter som behandlar Talkombinationer, talmönster. Med betoning på talkombinationer. Det är endast 77 % av eleverna som visar någon svårigheter med Talkombinationer, talmönster dock visar de elever i svårigheter stora svårigheter. Detta gäller däremot inte för 2012 års prov då eleverna klar uppgifter med Talkombinationer, talmönster näst bäst av de fyra provande momenten inom taluppfattning.

I övrigt visar eleverna ungefär lika stora svårigheter i alla de olika kritiska momenten inom taluppfattning. Räkning, räkneprinciper är det moment som eleverna båda åren visar näst flest svårigheter med.

De starkaste samband mellan de olika kritiska taluppfattningsmomenten återfinns mellan Räkning, räkneprinciper; Positionssystemet och Kunskap om tal, tallinje. Räkning, räkneprinciper med Positionssystem år 2011 har ett mycket starkt samband Pearsons korrelationskoefficient $r = 0,85$, $p = 0,01$. Kunskap om tal, tallinje provas inte i 2012 års prov och vi kan därför inte se om det finns något samband gällande detta kritiska moment det året. Sambandet mellan de olika momenten för de båda åren ger ganska starka samband mellan Räkning och Positionssystem samt mellan Räkning och Symboliska ordproblem.

Båda åren kan ses att de elever som löser uppgiften av typen $96-73 = \underline{\hspace{2cm}}$ eller $60-24 = \underline{\hspace{2cm}}$ med någon huvudräkningsstrategi klarar uppgiften $101-99 = \underline{\hspace{2cm}}$ bättre än de elever som bara använder sig av uppställning i en algoritm när de beräknar $96-73 = \underline{\hspace{2cm}}$ eller $60-24 = \underline{\hspace{2cm}}$. Eleverna visar också svårigheter med att redogöra skriftligt för hur de löser uppgifterna.

7 Diskussion

Diskussionen inleds med ett resonemang om de använda metoderna och dess styrkor och svagheter. Sedan följer en diskussion av studiens resultat som sätts i relation till tidigare forskning, litteratur och studiens specifika och allmänna teorier. Studien syftade till att beskriva elevers taluppfattning på de nationella proven i matematik i årskurs 3. God taluppfattning har av forskningen lyfts fram som viktig för senare prestationer i matematik. Därför var det intressant att försöka få en bild av vilka av de kritiska moment inom taluppfattningen som elever har speciellt svårt för. En annan frågeställning berörde frågan om det fanns samband mellan de kritiska momenten. Ytterligare frågeställning fanns kring om det gick att se trender eller mönster i de nationella proven gällande elevers taluppfattning.

7.1 Metoddiskussion

Att valet av forskningsmetod föll på dokumentanalys (Bryman, 2011) beror på att skolor har ett digert material i form av de arkiverade nationella proven där elevers kunskaper i taluppfattning borde kunna fångas. En annan metod skulle kunna vara intervjuer med elever som görs i samband med eller under tiden eleverna gör det nationella provet. Det hade kunnat ge en mer fördjupad förståelse för elevernas kunskaper inom taluppfattning (Kvale & Brinkmann, 2009). Dock hade det varit en tidskrävande metod och ett så stort antal elevers visade kunskaper som denna metod fångar, hade inte varit möjlig att hinna med under denna studies förutsättningar. Etiskt ställningstagande hade också behövt beaktas om intervju skulle göras under provtid. Alla elever har gjort provet i sin klassrumsmiljö under vårterminen i årskurs 3. Det hade varit svårt att frambringa likartade förhållanden för alla elever med en annan metod.

Det var tre skolor som besvarade förfrågan om att få tillgång till de arkiverade nationella proven, vilket innebär att studien bygger på ett begränsat underlag. Detta påverkar naturligtvis studiens generaliserbarhet. Därför vill jag poängtera att resultatet ska beaktas med försiktighet. Denna studie behöver upprepas på andra elevgrupper med liknande resultat för att slutsatser som gäller generellt ska kunna dras. Det går också att resonera kring om de skolor som var positiva till deltagande i studien hade särskilt goda resultat och därför ansåg sig villiga att vara med. Vid närmare analys via Skolverkets (2016b) statistik SIRIS framgår att skolorna har resultat som är något lägre än genomsnittet totalt i riket för de aktuella åren. I föreliggande studie gjordes urval av vilka elevers prov som skulle analyseras och därmed ingå i studien. Valet föll på att studera de elevers prov där eleven på minst ett delprov inte nått kravnivån för delprovet. Om urvalet skett utifrån kriteriet att eleven på exempelvis minst två delprov inte skulle nått kravnivån hade resultatet eventuellt blivit ett annat.

Att kopiera 64 prov innehållande fem delprov var ett mödosamt arbete som krävde både tålamod och koncentration. Det visade sig att två av de 64 proven inte fullt ut blivit korrekt kopierade. Ett av proven saknade en sida och ett annat prov hade så dålig svärta att det var omöjligt att läsa ett par av de sidor som ingick i provet. Därför har två prov kasserats och därmed har studien ett bortfall på två prov. Det kan diskuteras om dessa två prov skulle inverkat något nämnvärt på resultatet.

7.1.1 Tillförlitlighet

Föreliggande studie grundade analysen på de fem kritiska momenten inom taluppfattning som Sterner (2015) lyfter fram. Frågan är om metoderna som användes var bra och passande för att nå studiens syfte? Som visas i resultat ses inga stora skillnader i svårigheter mellan de fem

kritiska momenten i taluppfattning. Frågan infinner sig därför; stämmer detta eller påverkades resultatet av just denna analysmetod? Kanske hade kompletterande intervjuer med elever som under tiden löst liknande provuppgifter varit att föredra. Ett sätt kunde vara att använda de arkiverade nationella proven på en grupp elever så att de först löste uppgifterna och sedan fick berätta hur de gjorde. Vilket givit aktuellare resultat från elevers kunskaper inom taluppfattning.

I studien är resultatets validitet avhängt hur noga och väl kategoriseringen av uppgifterna har gjorts. Därför har analysen gjorts två gånger. Det konstaterades att resultatet av kategoriseringen gav liknande resultat. Reliabiliteten och validiteten påverkas av hur väl och noggrant bedömningen av vilka uppgifter som mäter taluppfattningen, har gjorts. Det går dock att diskutera om de uppgifter som valts ut verkligen är de som prövar taluppfattningen och de kritiska momenten inom densamma liksom hur analysen och sorteringen av uppgifter skett. Till stöd har använts matematikdidaktisk forskning (Stern, 2015) men det går ändå att vara kritisk till analysen. Olika tolkningar om uppgifter tillhör den ena kategorin, eller den andra, går att göra. Därför har jag försökt vara noga med att beskriva i metoddelen på vilka grundvalar jag gjort analysen. Som beskrevs i metoden har streck satts, i alla de för uppgiften relaterade kritiska momenten, om det inte gick att utläsa av elevens lösning, vilket moment eleven visade svårighet inom. Detta gällde Symboliska ordproblem som kunde innehålla även momenten Räkning, räkneprinciper och Positionssystem. Det är intressant att fundera över om det presenterade resultatet som ger de starkaste positiva sambanden beror just på hur analysen har utförts. Därför har genomgång av elevernas prov studerats återigen för att utröna hur många uppgifter det var, där det var svårt att utläsa vad eleven visade för svårigheter. Vid genomgången fann författaren 36 uppgifter där det inte gick att utläsa vilket moment som var svårt eftersom eleverna hade lämnat uppgiften blank. Det får sägas vara ett litet bortfall av alla de uppgifter som alla de 62 eleverna kunde besvara, och anses inte nämnvärt kunna ha påverkat det starka positiva sambandet mellan dessa moment. Studiens resultat bygger på 62 elevers analyserade prov och utger sig inte för att gälla generellt utan för de analyserade elevernas prov.

7.2 Resultatdiskussion

7.2.1 Specifika svårigheter inom taluppfattning

Eleverna visar svårigheter inom alla de kritiska momenten. I genomsnitt visar eleverna svårighet på ungefär en av tre uppgifter som kopplas till någon av de kritiska momenten i taluppfattning. Men skillnaderna och variationerna mellan eleverna är stora. Svårigheterna inom Talkombinationer sticker ut i det nationella provet 2011. Det är cirka 3/4 av eleverna som visar svårigheter men det är å andra sidan stora svårigheter dessa elever visar. I relation till det resultatet är det intressant att se att det är förhållandevis få uppgifter som relateras till Talkombinationer och att dessa förläggs till en sida på hela provet. Flera barn har bara löst några uppgifter på denna sida och något barn har dragit ett streck över sidan. Kan det bero på provångest som Nyroos et al. (2015) lyfter fram i sin forskning? Hur provet är konstruerat och strukturerat med en hel sida med många uppgifter, 18 st., kan verka avskräckande för de elever som bara löst några eller inga uppgifter. Kanske skulle eleverna klarat uppgifterna bättre om de var insprängda bland andra slags uppgifter på flera delprov som i 2012 års prov? Om provets konstruktörer hade tagit hänsyn till elevers olika förutsättningar och arbetsminnes kapacitet så som Nyroos et al. (2015) belyser elevernas påverkan hade resultatet för dessa barn kunnat se annorlunda ut. Ivrendis (2011) studie har också kommit fram till att självreglering och impuls kontroll påverkar elevers förmåga att klara av matematiken och specifikt taluppfattning. För att vara säker på att det verkligen förhåller sig på det sätt som

diskuteras ovan hade fler frågor och underökningar om barnens förhållanden och situationer behövt göras men det går ändå inte att bortse från att provets konstruktion kan ha påverkat elevernas resultat.

De elever som upplever provångest eller har svårt att styra sina impulser kan även vid provtillfället ha blivit påverkade av den allmänna diskussion som förs i samhället kring de nationella proven och elevernas sjunkande resultat i matematik. Ovan fenomen kan också förklaras enligt studiens allmänna teori, Bronfenbrenners (1977) modell. Den negativa bild av elevers kunskaper i matematik som idag ges i massmedia kan påverka elevers prestationsnivå. En nivå som befinner sig närmare barnet påverkar elevens prestation än mer. Det kan exempelvis handla om skolans och lärarens sätt att förhålla sig och förmedla tankar om de nationella proven och elevernas resultat vilket naturligtvis kan ha påverkat i synnerhet de elever som har lägre förmåga till impulskontroll. Men allra störst påverkan har elevers fysiska och psykologiska förutsättningar. Med stöd i Nyroos et al. (2015) forskning kan frågan om vad proven gör med elevers självbild i matematik lyftas. För de barn som på proven dragit ett streck över en sida eller bara löst ett fåtal uppgifter av flera kan proven verka stigmatiserande för elevens självbild och bidra med ytterligare negativa erfarenheter av ämnet, vilket Lunde (2010) uttrycker, påverkar matematikutvecklingen negativt för eleven och dess resultat på proven.

Förutom det kritiska momentet Talkombinationer, talmönster visar eleverna ungefär lika stora svårigheter inom de övriga momenten. En av tre uppgifter inom taluppfattningens kritiska moment är svåra för eleverna. Detta skulle kunna betyda att alla dessa moment är lika viktiga att öva och arbeta med. Inget moment visade sig vara tydligt lättare för barnen i studien. Det skiljer sig åt mellan åren vilka moment som barnen hade något färre svårigheter med eller större svårigheter med. Liksom Gustafsson et al. (2014) och Lundahl (2010) hävdar jag att slutsatser som innebär jämförelse mellan elevers kunskaper mellan åren inte går att dra. Först när proven analyserats mycket djupgående kan slutsatser som medför jämförelse mellan åren göras. Men dessa beror då av flera olika bakomliggande faktorer. Uppgifternas konstruktion skiljer sig mellan åren. Vilka uppgifter som finns med i provet skiljer sig åt, hur provet är konstruerat och uppbyggt skiljer sig åt även de mellan åren och ger därför barn olika förutsättningar till att lösa uppgifterna. Därför anser jag att jämförelser av elevers kunskapsutveckling mellan åren inte kan ske på ett rättvisande och jämförbart sätt. Trots detta används resultatet från det nationella provet på skolenivå och huvudmannanivå för att mäta och jämföra elevers kunskapsutveckling mellan skolor och år. SIRIS statistik möjliggör denna jämförelse som massmedia och en del kommuner använder för att utvärdera kunskapsutvecklingen via de nationella proven. Med stöd i studiens resultat är jag beredd att hålla med Gustafsson et al. (2014) och Lundahl (2010) om att Skolverkets syfte med de nationella proven bör ifrågasättas. I Skolverkets (2011c, 2012a) resultatanalysrapport av elevers resultat, på det nationella provet på nationell nivå, används olika resultat kategorier år från år, vilket bör innebära att det blir svårt att göra jämförelser av elevers kunskaper i matematik år från år. Skolverkets analys bör istället ses som riktmärke innevarande år. För att få ett riktvärde av vad elever i genomsnitt i Sverige har för kunskaper det aktuella året som kan jämföras med den enskilda skolan skolans resultat samma år.

Glädjande var att se att tonvikten i provet läggs på taluppfattning som är så avgörande för senare prestationer (Jordan et al., 2010; Gersten & Chard, 2001). Enligt studiens sätt att analysera så visade det sig att ungefär 70 % till 80 % av uppgifterna på provet gick att relateras till uppgifter inom taluppfattning.

7.2.2 Specifika svårigheter och samband mellan moment

En mindre positiv upptäckt är att inte alla de fem kritiska momenten inom taluppfattning Sterner (2015) finns med i de båda årens prov. Eftersom goda kunskaper i taluppfattning är viktigt för positiv utveckling av matematikkunskaperna borde också det vara viktigt att alla kritiska moment återfinns och prövas i det nationella provet varje år. Bentley (2012) anser att undervisningen behöver fokusera på de kritiska områdena i matematiken. Som resultatet visar saknas uppgifter inom momentet Kunskap om tal, tallinje i 2012 års nationella prov. Att ha kunskaper i momentet Kunskap om tal, tallinjen ger ökade möjligheter att förstå vårt positionssystem som är en av de grundläggande kunskaperna för att utveckla god taluppfattning (Sterner, 2015; McIntosh, 2014). Om barn får rika möjligheter till att använda och studera tallinjer och resonera om olika tals relationer utvecklas mentala tallinjer som barnen kan använda till stöd för att jämföra tal, utveckla effektiva huvudräkningsstrategier och rimlighetsbedöma tal och beräkningar (Lundström, 2015). Därför är det något märkligt att inte alla de kritiska momenten inom taluppfattning ingår i det nationella provet i årskurs 3. På vilkas forskningsgrunder skapas de nationella proven?

Kunskap om tal, tallinje visade sig i föreliggande studies resultat vara en av de moment som gav starka samband med andra moment, vilket skulle kunna tolkas som att goda kunskaper inom momentet Kunskap om tal, tallinje ger effekter även på andra moment. Likaväl som att svårigheter inom momentet Kunskap om tal, tallinje ger svårigheter inom andra områden. År 2012 har eleverna allra svårast för Positionssystemet. Frågan infinner sig därför av resonemanget ovan, om uppgifter inom momentet Kunskap om tal, tallinje skulle varit med i provet 2012, hade då eleverna haft lika stora svårigheter i momentet Kunskap om tal, tallinje som inom Positionssystemet? Troligtvis skulle det bli ett positivt samband mellan Kunskap om tal och Positionssystemet även år 2012 och eleverna skulle då ha svårigheter med Kunskap om tal, tallinje.

Studiens resultat går i linje med den specifika teori (Sterner, 2015) som används i uppsatsen. Kunskaper inom ett moment är nära relaterat till kunskaper inom ett annat moment. För 2011 års prov gäller att sambanden mellan de kritiska momenten inom taluppfattning är positiva och flera av dem är starka eller ganska starka. Endast Talkombinationer, talmönster ger svaga samband med Symboliska ordproblem men sambandet är positivt. För 2012 års prov är det tre moment som har ganska starka samband till starka samband. Detta skulle kunna förklaras av att antalet elever endast är 45 stycken och studien inte med detta antal och urval lyckats fånga sambandet helt rättvisande. Det är ändå rimligt att anta att de samband som gäller för 2011 års prov har lyckats ge en någorlunda generell bild då dessa samband är signifikanta. Dock vill jag förhålla mig ödmjukt till resultatet och betonar att studien bör upprepas för att få resultat som kan tolkas generellt. Av studiens teori och resultat kan slutsatsen dras att eleverna i studien som visar svårighet inom Symboliska ordproblem snarare har svårighet att förstå de ingående orden och /eller uppgiftens kontext mer än beräkningarna i sig. Gersten et al. (2005) anser att det bör avgöras vilken av de olika faktorerna som är orsaken till elevens svårigheter i ordproblem. Men för att få en vidare bild av elevers grundläggande orsaker hade som nämnts fler och andra sorters metoder behövt ingå i studien.

Av resultatet kan också tolkningen göras att Talkombinationer, talmönster är extra viktigt att arbeta medvetet med eftersom detta moment inte verkar få några vidare effekter från övriga kritiska moment. Kunskaper om tals delar och Talkombinationer har i forskningsöversikten pekats ut som mycket viktiga för att bygga upp förståelsen för tal och talens inbördes relationer (Bentley, 2012; Löwing & Kilborn, 2002). Kunskaper inom talkombinationer leder vidare till automatisering av talfakta i den grundläggande aritmetiken. Anledningen till att

momentet Talkombinationer, talmönster är svårt för eleverna 2011 kan spekuleras i. Det kan handla om att de barn som visar dessa svårigheter har svårt att bilda mentala representationer av de ingående talen vilket gör att de inte riktigt förstår dem. Barnen kan ha en lägre förmåga inom det visuospatiala området (Lunde, 2010), eller är de få testade talkombinationerna som ingår i provet för få för att dra slutsatser om att eleverna även har svårigheter med talkombinationer i andra situationer? För att vara säker på vari svårigheterna ligger hade det behövts fler undersökningar och frågor till dessa barn och dess lärare.

Båda åren visar eleverna näst mest svårigheter i momentet Räkning, räkneprinciper. Ett medvetet arbete inom Räkning, räkneprinciper redan under barnets tid i förskolan, kan utveckla förmågan inom detta moment. Genom arbete med 5 ramar och 10 ramar (McGuire et al., 2012; McIntosh, 2014) kan barn utveckla fler delar inom det kritiska momentet Räkning, räkneprinciper exempelvis en – till – en - korrespondens, kardinalitet, utveckla förståelse för flera begrepp inom matematiken så som skillnad, fattas, saknas, färre, ta bort, mindre än, mer än o.s.v. Barnen kan också lära sig de så viktiga talkombinationerna för 5 och 10 samt seriering 0, 5, 10, 15 och 10, 20, 30. Räkning, räkneprinciper är därför ett moment som behöver fokuseras. Räkning ger också ett ganska starkt samband med Symboliska ordproblem för de båda åren ihop. Det verkar alltså som det kan finnas ett samband mellan barns förståelse för en text begrepp/kontext och barns kunskaper inom räknestrategier och räknekunskaper.

7.2.3 Trender i det nationella provet gällande elevers taluppfattning

Båda åren kan ses att de elever som använder sig av någon slags huvudräkningsstrategi, på uppgifter där eleven ska visa hur de löser uppgifter skriftligt, klarar uppgiften $101-99=$ ___ avsevärt bättre än de elever som använder sig av uppställning i form av en algoritm. Frågan är om algoritmer som skulle kunna vara ett slags procedurtänkande hämmar utvecklingen av number sense? Genom att barn i tidiga år ges möjlighet till att tänka, förklara och resonera kring hur de löser matematiska uppgifter utvecklas taluppfattningen. Allt för tidig fokusering på procedur vid lösning av uppgifter skapar inte rika möjligheter till att utveckla förståelse för talens relationer och därmed taluppfattning (Skolverket, 2007; Neuman, 2013; Nortvedt, 2010; Kling Sackerud, 2012)

Elever visar allra svårast för skriftliga räknemetoder på de nationella proven (Skolverket 2011c). Kan då konsekvensen av detta bli att lärare vill åtgärda detta genom att lära barnen uppställning? Eleverna lär sig då en metod som de förvisso kan behärska men som å andra sidan bidrar till att eleverna lär sig en procedur snarare än tänker och reflekterar över tals relationer. Med procedurtänkande utvecklas inte taluppfattningen i samma utsträckning. Risken blir då att det mätbara och som bedöms som korrekt utförd visad lösning, enligt bedömningsanvisningarna på det nationella provet, är det som eleverna undervisas i (Lundahl, 2010) för att eleven ska få höga poäng på det nationella provet. Eller är elevernas metoder och beräkningsstrategier ett resultat av en alltför hård styrning av undervisningen från läromedlets matematikdidaktiska perspektiv (Löwing, 2004)? Detta skulle kunna förklara skolornas markanta skillnader i elevers lösningsmetoder.

Anledning till att studien riktar sig mot taluppfattning beror på de sjunkande resultaten i matematik och intentionen är att belysa hur vi vidare kan bidra till att förändra de sjunkande betygsresultaten i matematik. I inledningen presenterades betygsresultat från 1998, 2006 och 2015. Frågan är vad betygen 1998 mätte för kunskaper i matematik och på vilka grunder betygen gavs då? Var kunskaper inom taluppfattning viktiga då, för att ha kunskaper i matematik i årskurs 9 som gav godkända betyg? Eller var procedurtänkande och räknande

fokuserat? 1998 och 2006 fanns en annan betygsskala och andra mål för matematiken än dagens kunskapskrav och betygskriterier. Med olika grundförutsättningar och bedömningskriterier är det svårt att dra djupare slutsatser kring elevers kunskaper i taluppfattning och matematikkunskaper i allmänhet igår och idag. I och med samhällets föränderlighet och olika krav på förmågor och kunskaper förändras också skolans krav på olika kvaliteter som värdesätts.

7.2.4 Specialpedagogiska implikationer

Jag vill påpeka att resultatet och de specialpedagogiska implikationerna som här följer bygger på resultat från 62 elever. Av studiens bakgrund och tidigare forskning kan inte nog framhållas vikten av att börja redan i förskolan med medvetna och strukturerade aktiviteter som allsidigt tränar och utvecklar den så grundläggande och viktiga visuospatials förmågan och taluppfattningens olika kritiska moment (Sternen, 2010; Watts et al., 2014; Persson, 2010; Stern & Johansson, 2010) för att få goda prestationer i matematik senare i elevens skolgång. Har skolans pedagoger förstått vikten av de kritiska momenten i taluppfattning och innebörden i dem? Specialpedagoger och speciallärare kan hjälpa till att sprida denna kunskap till pedagoger. Tidiga insatser behöver sättas in redan under elevernas förskole- och förskoleklasstid och i årskurs 1 och 2 för att ha chans att rätta till missuppfattningar och intensifiera stöd (Aunio, 2006; Reis, 2011).

En vilseledande faktor kan de nationella provens resultat ge. Därför anser studiens författare att för att uttala sig om elevers kunskaper räcker det inte med att titta på elevernas resultat på det nationella provet utan provet och uppgifterna behöver analyseras djupgående för att få en mer rättvisande och användbar bild av styrkor och utvecklingsområden för eleverna och undervisningen. Nationella prov kan ge elever ytterligare problem som bygger på att deras redan eventuella negativa självbild förstärks. Exempelvis kan elever som reagerar med att sätta kryss över en hel sida i årskurs 3 utveckla eller förstärka en negativ bild av matematiken som i årskurs 4 kan ge uttryck i form av fler kryssade sidor i matematik.

Studien indikerar att Speciallärare/specialpedagoger bör stötta lärare i att lägga fokus på arbete inom de kritiska momenten. Att elever tidigt kan olika tals talkombinationer är särskilt viktigt. Procedurräkning i form av algoritmer om de införs för tidigt i elevernas skolgång kan hämma taluppfattningen (Yang & Li, 2013), vilket pedagoger bör ta i beaktande. Eleverna behöver istället utveckla sin förmåga att hantera flera olika strategier vid huvudräkning och skriftliga beräkningar så de har effektiva och passande strategier att tillgå i hanterandet av olika tal (McIntosh, 2014; Gersten et al., 2005; Bentley, 2012). Barnen behöver också i större utsträckning få arbeta med, att förklara och beskriva både skriftligt och muntligt hur de löst uppgifter och vilken strategier de använder och varför. Fokus bör ligga på att tidigt stötta de barn som visar svårigheter inom något av de kritiska momenten inom taluppfattning och/eller visar lägre arbetsminneskapacitet (Nyroos et al., 2015). Genom arbete med att få barnen att förstå, tolka och representera symboler på olika sätt, kan taluppfattningen hos barn öka (Sasanguie et al., 2012; Aunio & Räsänen, 2015). Stödsatser som ges kan ske både inom klassens ram och som intensivundervisning i form av medvetna och strukturerade övningar i kritiska moment. Forskning kring intensivundervisning och interventioner (Lundqvist et al., 2011; Skolverket, 2009) visar att både, uthållighet, självkänsla och kunskaper ökar hos eleverna. Intensivundervisning som gett goda resultat kan användas som en form av specialundervisning eftersom traditionell specialundervisning inte lyckats ge tillräckliga resultat för att nå kunskapskrav (Giota & Lundborg, 2007).

7.2.5 Sammanfattning av diskussion

Det kan alltid diskuteras om de metoder som används i undersökningen är optimala och passar för syftet. Med de förutsättningar som stod till buds anser jag att metoderna fungerade för att besvara studiens syfte med ett godtagbart resultat. För att minimera negativ påvekan på validitet och reliabilitet har jag kontrollerat och beskrivit analysförfarandet noga. Resultatet visar att eleverna i 2011 års prov visar stora svårigheter med talkombinationer. Vad detta beror på kan ha flera orsaker och förklaringar. Det kan ha att göra med provets konstruktion och elevens påvekan av inre och yttre förutsättningar och miljö (Bronfenbrenner, 1977). Det finns positiva samband mellan alla de kritiska momenten 2011 och mellan flera av de kritiska momenten 2012. För specialpedagogik i skolan innebär det att undervisning i ett av de kritiska momenten ger effekter på flera av de andra momenten. Konstruktionen i 2011 års prov skiljer sig markant från 2012 års prov. Ett mönster för de olika årens prov är att elever verkar bli hämmade i sin taluppfattningsförmåga då de använder algoritmer för att lösa uppgifter. Eftersom de resultat jag fått fram gäller för elever som gick i årskurs 3 för fem till sex år sedan, behövs mer forskning av liknande art för att dra slutsatser som gäller för en större grupp och mer aktuellt underlag.

7.2.6 Slutord

För att mer djupgående förstå och analysera barns specifika problem inom de olika kritiska momenten inom taluppfattning krävs ytterligare forskning i både förskola, förskoleklass och skola kring dessa moment. Även forskning i hur hjärnan fungerar behövs för att hjälpa alla de barn som har svårigheter i matematik på grund av låg arbetsminneskapacitet och låg visuospatial förmåga. Forskningen behöver upprepa studier med liknande syfte utifrån föreliggande studies resultat. Även andra metoder som exempelvis intervjuer med elever som genomför tidigare nationella prov, för att få aktuellare resultat, behövs. Fler faktorer som kan påverka barn bör tas i beaktandet i forskningen som exempelvis barns arbetsminneskapacitet, undervisningsformer och tankegångar och lösningsstrategier. Det hade varit intressant att undersöka sambandet mellan läsförståelse, kunskaper inom Räkning, räknepprinciper och Symboliska ordproblem eftersom denna studie visar att eleverna i undersökningen verkar ha svårighet att tolka och förstå begrepp och textens kontext. Förhoppningen är att denna undersökning kan bidra till fler insikter i barn svårigheter med den tidiga taluppfattningen vilket Aunio (2006) anser vara viktigt för att förstå matematikutvecklingen och de svårigheter som barn möter. Förhoppningen är också att studien leder till fördjupad förståelse för taluppfattning hos pedagoger samt planering av medvetet pedagogiskt stöd.

Matematikkunskaperna i svensk skola behöver förbättras avsevärt. Personal inom skola och forskare kan behöva påverka rektorer och beslutsfattare inom kommun och stat, om att satsa tidigt för att förbättra elevers självbild och resultat. Det handlar om såväl inom forskningsområdet som med medvetna pedagogiska insatser och resurser. Jag avslutar med de sammanfattande orden som Lunde (2010) uttrycker. ”Om de specifika matematikkunskaperna tas på allvar kommer det kräva omfattande insatser i skolan.” (s.27)

Referenslista

- Andersson, B-E. (1986). *Utvecklingsekologi*. Lund: Studentlitteratur.
- Aunio, P. (2006). *Number sense in young children - (inter)national group differences and an intervention programme for children with low and average performance*. Research report 269. Helsinki: University of Helsinki. Hämtad: <http://libris.kb.se/bib/12347145>
- Aunio, P., & Räsänen, P. (2015). Core numerical skills for learning mathematics in children aged five to eight years – a working model for educators. *European Early Childhood Education Research Journal*, 12 jan., 2-21. doi: org/10.1080/1350293X.2014.996424.
- Bell, J. (2000). *Introduktion till forskningsmetodik*. Lund: Studentlitteratur.
- Bentley, P-O. (2012). Framgångsrik undervisning med fokus på det matematiska innehållet. I Skolverket, *Utökad undervisning i matematik.(Rapport, 2012:378)*. Stockholm: Fritzes.
- Berch, D. B. (2005). Making sense of number sense: Implications for children with mathematical disabilities. *Journal of learning disabilities*, 38(4),333-339.
- Björklund, C. (2009). *Bland bollar och klossar*. Lund: Studentlitteratur.
- Bronfenbrenner, U. (1977). Toward an Experimental Ecology of Human Development. *American psychologist*, July, 1997, 513-529.
- Bryman, A. (2011). *Samhällsvetenskapliga metoder*. Malmö: Liber.
- Djurfeldt, G., Larsson, R., & Stjärnhagen, O. (2014). *Statistisk verktygslåda - samhällsvetenskaplig orsaksanalys med kvalitativa metoder*. Lund: Studentlitteratur.
- Doverborg, E. (2010). Svensk förskola. I E. Doverborg & G. Emanuelsson (Red.), *Små barns matematik : erfarenheter från ett pilotprojekt med barn 1 - 5 år och deras lärare*.(s.1-9). Göteborg: Göteborgs Universitet NCM.
- Frick, H. (2010). *Goda förutsättningar för goda betyg i matematik. En jämförelse av elevers kunskaper i matematik i år fem och deras betyg i samma ämne i år nio*. (Magister's thesis). Göteborg: Institutionen för pedagogik och specialpedagogik, Göteborgs universitet. Tillgänglig: <https://gupea.ub.gu.se/handle/2077/27771>
- Gersten, R., & Chard, D. C. (2001). Number sense: Rethinking arithmetic instruction for students with mathematical disabilities. *The Journal of Special Education*, 33(1), 18-28.

- Gersten, R., Jordan, N. C., & Flojo, J.R. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of learning disabilities*, 38(4), 293-304.
- Giota, J., & Lundborg, O. (2007). *Specialpedagogiskt stöd i grundskolan - omfattning, former och konsekvenser*. (IPD-rapport nr 2007:03). Göteborg: Göteborgs universitet, Institutionen för pedagogik och didaktik.
- Griffin, S. (2004). Building number sense with Number Worlds: A mathematics program for young children. *Early Childhood Research Quarterly*, 19 (2004), 173–180. doi:10.1016/j.ecresq.2004.01.012
- Gustafsson, J-E., Cliffordson, C., & Erickson, G. (2014). *Likvärdig kunskapsbedömning i och av den svenska skolan – problem och möjligheter*. Tyskland: Författarna och SNS Förlag.
- Hattie, J. A. C. (2008). *Visible learning: a synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*, London New York, Routledge.
- Häggblooms, L. (2000). Räknespår. *Nämnamnaren*,(4), 17-20. Hämtad 151121 från <http://ncm.gu.se/node/4554>
- Ivrendi, A. (2011). Influence of Self-Regulation on the Development of Children's Number Sense. *Early Childhood Educ J*, (2011), 39:239–247. DOI: 10.1007/s10643-011-0462-0.
- Jordan, N. C., Glutting, J., & Ramineni, C. (2010). The importance of number sense to mathematics achievement in first and third grades. *Learning and Individual Differences*, 20(2010), 82–88.
- Löwing, M., & Kilborn, W. (2002). *Baskunskaper i matematik för skola, hem och samhälle*. Lund: Studentlitteratur.
- Kling Sackerud, L. (2012). Framgångsrik undervisning med fokus på undervisningsformer. I *Utökad undervisningstid i matematik*. (Skolverkets rapport, 2012:378). Stockholm: Fritzes.
- Kvale, S., & Brinkmann, S. (2009). *Den kvalitativa forskningsintervjun*. Lund: Studentlitteratur.
- Lunde, O. (2010). *När siffrorna skapar kaos- matematiksvårigheter ur ett specialpedagogiskt perspektiv*. Stockholm: Liber.
- Lundström, M. (2015). *Förskolebarns strävanden att kommunicera matematik*. (Doctoral thesis, Gothenburg Studies in Educational Sciences, 370). Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis. Tillgänglig: <http://hdl.handle.net/2077/38860>

- Lundahl, C.(2010). Nationella prov- ett redskap med tvetydiga syften. I C. Lundahl & M. Folke - Fichtelius (red.), *Bedömning i och av skolan -praktik, principer, politik.* (s.223-241). Lund: Studentlitteratur.
- Lundqvist, P., Nilsson, B., Schentz, E-G., & Sterner, G. (2011). Intensivundervisning med gott resultat. *Nämnamnaren*, 2011(1), 44-50.
- Löwing, M. (2004). *Matematikundervisningens konkreta gestaltning. En studie av kommunikationen lärare - elev och matematiklektionens didaktiska ramar.* (Doctoral thesis, Gothenburg Studies in Educational Sciences, 208). Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis. Tillgänglig: <https://gupea.ub.gu.se/handle/2077/16143>
- McIntosh, A. (2014). *Förstå och använda tal - en handbok.* Göteborg: Nationellt Centrum för Matematikutbildning, NCM.
- McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, 12 (3), 2-8.
- McGuire,P., Kinzie, M. B., & Berch, D. B. (2012). Developing Number Sense in Pre-K with Five-Frames. *Early Childhood Educ J*, 40 (2012), 213–222. DOI: 10.1007/s10643-011-0479-4
- Mulligan, J. (2011). Towards understanding the origins of children’s difficulties in mathematics learning. *Australian Journal of Learning Difficulties*, 16(1), 19-39. DOI: 10.1080/19404158.2011.563476.
- Neuman, D. (2013). Att ändra arbetssätt och kultur inom den inledande aritmetikundervisningen. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 18 (2), 3–46. Hämtad: http://ncm.gu.se/media/nomad/18_2_003046_neuman.pdf
- Nortvedt, G. A. (2010). *Understanding and solving multistep arithmetic word problems.* Hämtad: <http://www.skolverket.se/skolutveckling/forskning/amnen-omraden/matematik/undervisning/svarigheter-med-ordproblem-1.172447>
- Nyroos, M., Eklöf, H., Jonsson, B., Korhonen, J., & Wiklund - Hörnqvist, C. (2015). *Kognitiva implikationer för matematiklärande hos yngre elever.* Resultatdialog 2015. Stockholm: Vetenskapsrådet. Hämtad www.vr.se
- Nyroos, M., Jonsson, B., Korhonen, J., & Eklöf , H., (2015). Children’s mathematical achievement and how it relates to working memory, test anxiety and self-regulation: A person-centred approach. *Education Inquiry*, 6 (1), 73-97.
- Persson, A . (2010). Rumsuppfattning och bygglek. I E. Doverborg & G. Emanuelsson (Red.), *Små barns matematik: erfarenheter från ett pilotprojekt med barn 1 - 5 år och deras lärare.*(s.89-101). Göteborg: Göteborgs Universitet NCM.

- Reis, M. (2011). *Att ordna, från ordning till ordning*. Doctoral thesis, Gothenburg Studies in Educational Sciences, 314). Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
Tillgänglig: <http://hdl.handle.net/2077/27889>
- Regeringen. (2016). *Mer matematik i årskurs 4-6*. Hämtad 2016-03-16 från <http://www.regeringen.se/pressmeddelanden/2016/03/mer-matematik-i-arskurs-4-6/>
- Reys, B., Reys, R., Emanuelsson, G., Holmquist, M., Häggström, J., Johansson, B., Lindberg, L... Sjöberg Wallby, K. (1995). Vad är god taluppfattning? *Nämaren*, (2), 23-26.
- Sasanguie, D., Göbel, S. G, Moll, K., Smets, K., & Reynvoet, B., (2012). Approximate number sense, symbolic number processing, or number–space mappings: What underlies mathematics achievement? *Journal of Experimental Child Psychology* 114 (2013), 418–431. Doi: org/10.1016/j.jecp.2012.10.012.
- Shrager, J., & Siegler, R. S. (1998). A model of children's strategy choices and strategy discoveries. *Psychological science*, 9(5), 405-411.
- Skolinspektionen, (2009). *Undervisningen i matematik- undervisningens innehåll och ändamålsenlighet*. Kvalitetsgranskning rapport 2009:5. Stockholm: Skolinspektionen.
- Skolverket. (2007). *Svenska elevers matematikkunskaper i TIMSS 2007. En jämförande analys av elevernas taluppfattning och kunskaper i aritmetik, geometri och algebra i Sverige, Hong Kong och Taiwan*. Stockholm: Fritzes.
- Skolverket. (2009a). *Tidig upptäckt av kunskapsbrister med nationella prov i åk 3*. Hämtad 2016-02-04 från <http://www.skolverket.se/om-skolverket/press/pressmeddelanden/2009/tidig-upptackt-av-kunskapsbrister-med-nationella-prov-i-arskurs-3-1.86324>
- Skolverket (2009b). *Vad påverkar resultaten i svensk grundskola? Kunskapsöversikt om betydelsen av olika faktorer*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2010). *Läroplan för förskolan Lpfö 98 Reviderad 2010*. Hämtad 2016-02-12 från <http://www.skolverket.se/laroplaner-amnen-och-kurser/forskola>
- Skolverket. (2011a). *Kommentarmaterial till kursplanen i matematik*. Stockholm: Fritzes.
- Skolverket. (2011b). *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011*. Stockholm: Fritzes.
- Skolverket. (2011c). *Utbildningsstatistik: Nationella prov i årskurs 3*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2012a). *PM: Nationella prov i grundskolan våren 2012*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2012b). *Utökad undervisning i matematik: Hur en ökning av undervisningstiden kan användas för att stärka elevernas matematikkunskaper*. Stockholm: Fritzes.

- Skolverket. (2013). *Utbildningsstatistik: Nationella prov i årskurs 3 våren 2013*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2014). *PM: Resultat från nationella prov i årskurs 3, vårterminen 2014*. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket. (2015a). *Arkivering av nationella prov*. Hämtad 2015-12-10 från <http://www.skolverket.se/bedomning/nationella-prov/arkivering>
- Skolverket. (2015b). *Statistik och utvärdering*. Hämtad 2015-11-01 från <http://sir.is.skolverket.se/siris/ris.ris>
- Skolverket. (2016a). *Bedömning nationella prov*. Hämtad 2016-02-07 från <http://www.skolverket.se/bedomning/nationella-prov>
- Skolverket. (2016b). *Statistik och utvärdering*. Hämtad 2016-04-26 från <http://sir.is.skolverket.se/siris/ris.ris>
- Skolverket. (2016c). *Nationellt prov i matematik*. Hämtad 2016-02-10 från <http://www.skolverket.se/bedomning/nationella-prov/alla-nationella-prov-i-skolan/arskurs-3/nationellt-prov-i-matematik-1.195709>.
- SOU 2004:97. *Att lyfta matematiken - intresse, lärande, kompetens*. Stockholm: Fritzes Offentliga Publikationer. Hämtad <http://www.regeringen.se/rattsdokument/statens-offentliga-utredningar/2004/09/sou-200497/>
- Sterner, G., & Johansson, B. (2010). Räkneord, uppräknings och taluppfattning. I E. Doverborg & G. Emanuelsson (Red.), *Små barns matematik: erfarenheter från ett pilotprojekt med barn 1 - 5 år och deras lärare*. (s.71-88). Göteborg: Göteborgs Universitet NCM.
- Sterner, G. (2010). Språk, kommunikation och representationer. I E. Doverborg & G. Emanuelsson (Red.), *Små barns matematik: erfarenheter från ett pilotprojekt med barn 1 - 5 år och deras lärare*. (s.45-58). Göteborg: Göteborgs Universitet NCM.
- Sterner, G. (2015). *Tal, resonemang och representationer - en interventionsstudie i matematik i förskoleklass*. (Licentiat-uppsats).Institutionen för pedagogik och specialpedagogik. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis. Tillgänglig: <https://gupea.ub.gu.se/handle/2077/41220>
- Stockholms universitet. (2016). *Att konstruera ett nationellt prov i matematik*. Hämtad 2016-03-28, från <http://www.su.se/primgruppen/matematik>
- Stukát, S. (2011). *Att skriva examensarbete inom utbildningsvetenskap*. Lund: Studentlitteratur.
- Trost, J. (2014). *Att skriva uppsats med akribi*. Lund: Studentlitteratur.

- Vetenskapsrådet. (2011). *God forskningssed*. Vetenskapsrådets rapportserie 1:2011. Stockholm: Vetenskapsrådet.
- Watts, T. W., Duncan, G. J., Siegler, R. & Davis-Kean, P. (2014) What's Past Is Prologue: Relations Between Early Mathematics Knowledge and High School Achievement. *Educational Researcher*, 43(7), 352–360. DOI: 10.3102/0013189X14553660
- Wetsol Eriksson, G-M. (2011). Pojken med tidningarna. I A-L. Eriksson Gustavsson, K. Göransson & C. Nilholm, (red.), *Specialpedagogisk verksamhet i grundskolan*.(s.97-108). Lund: Studentlitteratur AB.
- Yang, D-C., & Li, M-N. (2013). Assessment of Animated Self-Directed Learning Activities Modules for Children's Number Sense Development. *Educational Technology & Society*, 16 (3), 44–58.
- Östergren, R. (2013). *Mathematical Learning Disability: Cognitive Conditions, Development and Predictions* (Doctoral thesis, Linköping Studies in Behavioural Science No. 177). Linköping: Department of Behavioural Sciences and Learning. Linköping University Tillgänglig: <http://libris.kb.se/bib/14675847>

Bilagor

Bilaga 1

Förfrågan om arkiverade elevlösningar av nationella prov

Jag går nu sista terminen på Specialpedagogiska programmet vid Göteborgs universitet och skall skriva en magisteruppsats under våren. Jag intresserar mig för taluppfattningen i de tidiga skolåren och vilka svårigheter inom just taluppfattning som dessa elever visar på det nationella provet i årskurs 3. För att kunna genomföra min undersökning behöver jag därför ***tillgång till elevlösningar från de nationella proven i årskurs 3 under året 2012 och gärna även från år 2011.***

Jag kommer arbeta i några steg i urvalet av elevlösningar.

1. Identifiera de prov (elevlösningar) där eleven inte nådde kravnivån på minst ett delprov i årskurs 3.
2. Utifrån ovan prov och elevlösningar sortera ut de elevers lösningar som visar svårigheter med taluppfattningsuppgifterna.

Elevernas namn kommer anonymiseras och kodas. Uppsatsen kommer att skrivas på ett sådant sätt att läsare inte kommer att kunna identifiera varken kommun, enskild skola eller elev. Jag kommer följa de forskningsetiska principerna (www.vr.se) i arbetet med uppsatsen. Detta innebär bland annat att fysisk person inte ska kunna identifieras eller lida skada av uppsatsen. Elevers elevlösningar som jag tar del av kommer anonymiseras och bara användas i denna uppsats och förvaras på ett sådant sätt att de inte kommer andra till del.

Den godkända magisteruppsatsen kommer att vara en offentlig handling.

Jag ber härmed om ert godkännande till att jag tar del av era arkiverade nationella prov i matematik för årskurs 3 år 2011 och år 2012.

.....
Underskrift Rektor

.....
Ort och datum

Vid frågor är ni välkomna att kontakta mig.

Vänliga hälsningar Gunvor Kraft
Magisterexamensstudent vid Göteborgs Universitet
Gunvor.johansson@ale.se
Telefon: 0760-XX XX XX

Handledare Anna-Carin Jonsson
Telefon: 031-XX XX XXX